



(2η) εργασία

2ο ΘΕΜΑ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΡΑΞΕΙΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ
ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ
ΡΙΖΕΣ

1.

α) Να λύσετε την ανίσωση $|x+4| \geq 3$

(Μονάδες 12)

β) Αν $a \geq -1$, να γράψετε την παράσταση $A = ||a+4| - 3|$ χωρίς απόλυτες τιμές.
Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας.

(Μονάδες 13)

2.

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = |2x - 4| \quad \text{και} \quad B = |x - 3|,$$

όπου ο x είναι πραγματικός αριθμός.

α) Για κάθε $2 \leq x < 3$ να αποδείξετε ότι $A + B = x - 1$.

(Μονάδες 16)

β) Υπάρχει $x \in [2, 3)$ ώστε να ισχύει $A + B = 2$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

3.

Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

α) Να δείξετε ότι: $A = 4$.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x+A| = 1$.

(Μονάδες 13)

4.

Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύουν:

$$2 \leq \alpha \leq 4 \quad \text{και} \quad -4 \leq \beta \leq -3$$

Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

α) $\alpha - 2\beta$

(Μονάδες 12)

β) $\alpha^2 - 2\alpha\beta$

(Μονάδες 13)

5.

Δίνονται οι παραστάσεις: $K = 2\alpha^2 + \beta^2 + 9$ και $L = 2\alpha(3 - \beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι: $K - L = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$

(Μονάδες 3)

β) Να δείξετε ότι: $K \geq L$, για κάθε τιμή των α, β .

(Μονάδες 10)

γ) Για ποιες τιμές των α, β ισχύει η ισότητα $K = L$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

6.

Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει: $d(2x, 3) = 3 - 2x$

α) Να αποδείξετε ότι $x \leq \frac{3}{2}$.

(Μονάδες 12)

β) Αν $x \leq \frac{3}{2}$, να αποδείξετε ότι η παράσταση:

$$K = |2x - 3| - 2|3 - x|$$

είναι ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 13)

7.

Δίνεται πραγματικός αριθμός x για τον οποίο ισχύει: $|x - 2| < 3$

α) Να αποδείξετε ότι: $-1 < x < 5$

(Μονάδες 12)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$K = \frac{|x + 1| + |x - 5|}{3}$$

(Μονάδες 13)

8.

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί y , για τους οποίους ισχύει: $|y - 2| < 1$.

α) Να αποδείξετε ότι: $y \in (1, 3)$

(Μονάδες 12)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$K = \frac{|y - 1| + |y - 3|}{2}$$

(Μονάδες 13)

9.

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύουν: $3 \leq x \leq 5$ και $-2 \leq y \leq -1$, να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

α) $y - x$

(Μονάδες 12)

β) $x^2 + y^2$

(Μονάδες 13)