



3η εργασία

2ο ΘΕΜΑ

ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΠΡΑΞΕΙΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ
ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΤΙΜΕΣ
ΡΙΖΕΣ

1.

α) Να λύσετε την ανίσωση:

$$\left| x - \frac{1}{2} \right| < 4.$$

(Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση:

$$\left| x + 5 \right| \geq 3.$$

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών και να τις γράψετε με τη μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 7)

2.

α) Αν $\alpha < 0$, να αποδειχθεί ότι: $\alpha + \frac{1}{\alpha} \leq -2$

(Μονάδες 15)

β) Αν $\alpha < 0$, να αποδειχθεί ότι:

$$\left| \alpha \right| + \left| \frac{1}{\alpha} \right| \geq 2.$$

(Μονάδες 10)

3.

α) Να λύσετε την εξίσωση: $|2x - 4| = 3|x - 1|$

(Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $|3x - 5| > 1$

(Μονάδες 9)

γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του (α) ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης του (β) ερωτήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

4.

α) Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R} - \{0\}$, να αποδειχθεί ότι:

$$\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| + \left| \frac{\beta}{\alpha} \right| \geq 2 \quad (1)$$

(Μονάδες 15)

β) Πότε ισχύει η ισότητα στην (1); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

5.

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί α, β , με $\alpha > 0$ και $\beta > 0$. Να αποδείξετε ότι:

α) $a + \frac{4}{a} \geq 4$

(Μονάδες 12)

β) $\left(\alpha + \frac{4}{\alpha} \right) \left(\beta + \frac{4}{\beta} \right) \geq 16$

(Μονάδες 13)

6.

α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i) $|1 - 2x| < 5$ και

(Μονάδες 9)

ii) $|1 - 2x| \geq 1$

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 7)

7.

Δίνεται η παράσταση: $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η παράσταση A είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

(Μονάδες 13)

8.

Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 13)

β) Για $x = 5$, να αποδείξετε ότι: $A^2 + A - 6 = 0$

(Μονάδες 12)