



Κ Ε Φ Α Λ Α Ι Ο 4ο - Εργασία Νο 4α

μορφές τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να τρέψετε σε γινόμενα παραγόντων όσα από τα επόμενα τριώνυμα μπορούν να παραγοντοποιηθούν.

α) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$

β) $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

γ) $f(x) = x^2 - 3x - 10$

δ) $h(x) = 8x^2 + 10x + 3$

ε) $s(x) = 3x^2 - 2x + 4$

στ) $t(x) = 2x\left(x - \frac{7}{2}\right) + 5$

2. Ομοίως :

α) $f(x) = x^2 - 6x - 7$

β) $g(x) = -5x^2 - 4x + 1$

γ) $\alpha(x) = \frac{1}{16}x^2 - x + 4$

δ) $h(x) = 2x^2 - 9x - 5$

3. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

α) $A = x^2 - (\alpha + 1)x + \alpha$

β) $B = 8\alpha^2 - 4\alpha\beta - 4\beta^2$

γ) $\Gamma = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2 - \beta^2$

δ) $\Delta = x^2 - 2\alpha x + \alpha^2$

4. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις :

α) $A = 4x^2 - 2\beta x + \alpha\beta - \alpha^2$

β) $B = x^2 + 6\alpha x + (9\alpha^2 - \beta^2)$

γ) $\Gamma = x^2 - 4\beta x + 4\beta^2 - \alpha^2$

δ) $\Delta = \alpha^2 - \alpha\beta - 20\beta^2$

ε) $E = 2\alpha^2x^2 + \alpha\beta x - \beta^2$

στ) $\Sigma T = \alpha\beta x^2 - (\alpha + \beta)x + 1$, $\alpha\beta \neq 0$

ΠΡΟΣΟΧΗ :

Πώς **παραγοντοποιούμε** μια παράσταση της μορφής :

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Βρίσκουμε την διακρίνουσα Δ του τριωνύμου. Υπάρχουν έτσι οι περιπτώσεις :

- $\Delta > 0$, οπότε $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$, όπου x_1, x_2 είναι οι ρίζες της αντίστοιχης εξίσωσης $f(x) = 0$.
- $\Delta = 0$, οπότε $f(x) = a(x - \rho)^2$, όπου ρ είναι η διπλή ρίζα της αντίστοιχης εξίσωσης $f(x) = 0$.
- $\Delta < 0$, οπότε η $f(x)$ δεν μπορεί να παραγοντοποιηθεί.

5. Να παραγοντοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις :

α) $A = (\alpha - \beta)^2 - 5(\alpha - \beta) + 6$

β) $B = (\alpha + \beta)^2 + 2(\alpha + \beta) - 15$

γ) $\Gamma = \alpha(\alpha + \beta)x^2 + \beta x - 1$, $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq -\beta$

δ) $\Delta = (\alpha - 2\beta)^2 - 7(2\beta - \alpha) + 12$, $\alpha \neq 2\beta$

ε) $E = \beta x^2 - (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha\beta$, $\alpha\beta \neq 0$

στ) $\Sigma T = (3\beta - 2\alpha)^2 + 5(2\alpha - 3\beta) + 6$

6. Να παραγοντοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις :

α) $A = x^4 - 10x^2 + 9$

β) $B = \alpha^4 - 7\alpha^2 + 12$

γ) $\Gamma = 2x^2 + 4\lambda x - 6\lambda^2$, $\lambda \in \mathbb{R}$

δ) $\Delta = \lambda x^2 - (\lambda^2 - 1)x - \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

ε) $E = 2(\lambda - 2)x^2 + (10\lambda - 28)x - 40$, $\lambda \in \mathbb{R}$

στ) $\Sigma T = 3\lambda x^2 + (3\lambda - 1)x - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$

7. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $K = \frac{4x^2 - 14x + 6}{2x^2 - 4x - 6}$

β) $\Pi = \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - 3x + 1}$

γ) $P = \frac{2\alpha^2 + 7\alpha + 6}{3\alpha^2 + 3\alpha - 6}$

δ) $\Lambda = \frac{x^2 - (\lambda - 1)x - \lambda}{x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda}$

ε) $M = \frac{x^2 - \alpha^2 x + \alpha^2 \beta^2 - \beta^2 x}{x^2 + (3 - x)\alpha^2 - 3x}$

στ) $\Theta = \frac{x^3 + 2\alpha x^2 + \alpha^2 x}{\alpha x^2 - \alpha^3}$

8. Δείξτε ότι είναι σταθερή η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6)}$.

9. Να δείξετε ότι για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η παράσταση $A = x^2 - 2(\lambda - 3)x + \lambda(\lambda - 6) + 9$ είναι τέλειο τετράγωνο.

10. Να προσδιορισθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι τέλειο τετράγωνο η παράσταση $A = \omega^2 - (\lambda - 1)\omega + 2$

11. Έστω το τριώνυμο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Αν το $x = \alpha$ είναι ρίζα του $f(x)$, τότε να αποδείξετε ότι $f(x) = (x - \alpha)\left(\alpha x - \frac{\gamma}{\alpha}\right)$.