



Κ Ε Φ Α Λ Λ Α Ι Ο 6ο - Φ Υ Λ Λ Ο Νο 3

ΕΡΓΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΠΙΤΙ



Γ Ρ Α Φ Ι Κ Η
Π Α Ρ Α Σ Τ Α Σ Η
Σ Υ Ν Α Ρ Τ Η Σ Η Σ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου $A(-2, -1)$
 - ως προς τον $x'x$ άξονα
 - ως προς τον $y'y$ άξονα
 - ως προς την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$
 - ως προς την πρώτη διχοτόμο $\varepsilon : y = x$.
- Αν τα σημεία $A(1, 2x + 1)$ και $B(-1, 3)$ είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $y'y$, να βρείτε τον x .
- Να βρείτε τον αριθμό α , ώστε το σημείο που δίνεται να ανήκει στη γραφική παράσταση της αντίστοιχης συνάρτησης :

α) $f(x) = x^2 - \alpha x$, $(2, 10)$

β) $f(x) = \alpha\sqrt{x-1}$, $(5, 8)$

- Να βρείτε τα σημεία στα οποία οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που ακολουθούν τέμνουν τους άξονες :

α) $f(x) = 2x + 1$

β) $f(x) = -x + 2$

γ) $f(x) = x^2 + 1$

δ) $f(x) = x^2 - 1$

ε) $f(x) = \sqrt{x-1}$

στ) $f(x) = \sqrt{x}$

ζ) $f(x) = 2x^2 - x$

η) $f(x) = x^3 - 8$

θ) $f(x) = |x-1|$

- Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{\alpha}{x-1} + \frac{6}{x-2}$.

α) Να βρείτε την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, όταν το σημείο $M(5, 8)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

β) Για $\alpha = 24$, να εξετάσετε αν το σημείο $N(4, 11)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

- Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x + 3$ και $g(x) = -\sqrt{x+2}$. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις τους δεν έχουν κοινά σημεία.

- Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων $f(x) = x^3$ και $g(x) = x$.

ΠΡΟΣΟΧΗ :

Συμμετρικά σημεία ως προς τον $x'x$ άξονα είναι τα σημεία $A(x, y)$ και $A_1(x, -y)$

Συμμετρικά σημεία ως προς τον $y'y$ άξονα είναι τα σημεία $A(x, y)$ και $A_2(-x, y)$

Συμμετρικά σημεία ως προς την αρχή των αξόνων είναι τα σημεία $A(x, y)$ και $A_3(-x, -y)$

Συμμετρικά σημεία ως προς την πρώτη διχοτόμο $\varepsilon : y = x$ των αξόνων είναι τα σημεία $A(x, y)$ και $A_4(y, x)$

8. Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει
 $f(\alpha + \beta) = f(\alpha) + f(\beta)$, για κάθε α, β πραγματικούς.
Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
9. Το σημείο $A(4, -3)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της $f(x) = |x - 1| + \alpha$.
α) Να υπολογίσετε τον αριθμό α .
β) Για $\alpha = -6$, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
10. Το σημείο $M(-3, -5)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f με $f(x) = x^2 + \lambda x - 8$.
α) Να υπολογίσετε τον αριθμό λ .
β) Για $\lambda = 2$, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
11. Η γραφική παράσταση της f με $f(x) = \sqrt{|x^2 + 8x + 12|} + \alpha$ διέρχεται από το σημείο $M(1, 4)$.
α) Υπολογίστε τον αριθμό α .
β) Για $\alpha = -5$, βρείτε το πεδίο ορισμού της f .
12. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha, & x \leq 1 \\ x^2 + \beta x, & x > 1 \end{cases}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(-3, 5)$ και $B(5, 10)$.
α) Υπολογίστε τους αριθμούς α και β .
β) Για $\alpha = -4$ και $\beta = -3$, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες.
13. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - \lambda x + 2$ και $g(x) = \mu x^2 + x + 8$.
Η C_f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη 2, ενώ η C_g διέρχεται από το σημείο $K(-2, 2)$.
α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς λ και μ .
β) Για $\lambda = 3$ και $\mu = -1$, να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των κοινών σημείων τομής των C_f και C_g .
γ) Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τον $x'x$ άξονα.
δ) Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η C_f βρίσκεται πάνω από τη C_g .
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x^2 - 4x + \alpha + 5$ της οποίας η C_f διέρχεται από το σημείο $M(-1, 6)$.
α) Υπολογίστε τον αριθμό α .
β) Για $\alpha = -1$, υπολογίστε τα σημεία τομής των C_f και C_g με $g(x) = -2x + 4$.
γ) Να βρείτε τα διαστήματα του x στα οποία η C_f βρίσκεται κάτω από τον $x'x$ άξονα.