

## 1)Λύση

Μας δίνεται η μάζα του σώματος  $m = 3 \text{ kg}$ , το διάγραμμα  $u - t$  και ότι το σώμα την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_0 = +5 \text{ m}$ .

Στο διάγραμμα  $u - t$  υπάρχει ένα πλήθος στοιχείων:

Από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 5 \text{ s}$ , το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή κατά μέτρο και ίση με  $u_1 = u = 10 \text{ m/s}$ .

Η μετατόπιση του σώματος υπολογίζεται από το εμβαδό του διαγράμματος:

(το πρώτο παραλληλόγραμμο του σχήματος, γενικά το τμήμα της κίνησης που το κινητό εκτελεί στο χρονικό διάστημα που μελετάμε)

$$\Delta x_1 = \text{εμβαδό I} = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}.$$

Η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν:

$$a_1 = \Delta u_1 / \Delta t = 0.$$

Από την χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  έως  $t_2 = 10 \text{ s}$ , το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι του μηδενισμού της ταχύτητας του.

Η επιτάχυνση  $a_2$  του σώματος είναι σταθερή και η αλγεβρική της τιμή υπολογίζεται από την κλίση του  $u - t$  διαγράμματος:

$$a_2 = \text{κλίση του } u - t \text{ διαγράμματος II} = (0 - 10) / (10 - 5) = -2 \text{ m/s}^2.$$

(το μέτρο της επιτάχυνσης δίνεται από την κλίση, η αρνητική τιμή οφείλεται στην φορά της επιβράδυνσης που είναι αντίθετη με την φορά κίνησης του κινητού, την φορά της ταχύτητας)

Η ταχύτητα του σώματος μειώνεται κατά μέτρο μέχρι τον μηδενισμό του (το σώμα είναι στιγμιαία ακίνητο).

Η μετατόπιση του σώματος υπολογίζεται από το εμβαδό του διαγράμματος II:

(το πρώτο τρίγωνο που συναντάμε στο σχήμα)

$$\Delta x_2 = \text{εμβαδό II} = (1/2) \cdot (10 - 5) \cdot 10 = 25 \text{ m}.$$

Από την χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$  έως  $t_3 = 13 \text{ s}$ , το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Η επιτάχυνση  $a_3$  του σώματος είναι σταθερή και το μέτρο της υπολογίζεται από την κλίση του  $u - t$  διαγράμματος:

$$a_3 = \text{κλίση του } u - t \text{ διαγράμματος III} = (-6 - 0) / (13 - 10) = -2 \text{ m/s}^2.$$

(η αρνητική τιμή οφείλεται στην φορά της επιτάχυνσης που είναι αντίθετη με την αρχική φορά κίνησης του κινητού, το κινητό άλλαξε σε αυτό το χρονικό διάστημα φορά κίνησης)

Η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται κατά μέτρο.

Η μετατόπιση του σώματος υπολογίζεται από το εμβαδό του διαγράμματος III:

(το δεύτερο τρίγωνο που συναντάμε στο σχήμα)

$$\Delta x_3 = \text{εμβαδό III} = (1/2) \cdot (13 - 10) \cdot (-6) = -9 \text{ m}.$$

(Η φορά της μετατόπισης  $\Delta x_3$  είναι αντίθετη από την αρχική φορά κίνησης, δηλαδή το κινητό έχει ήδη διανύσει  $\Delta x_1$  και  $\Delta x_2$  ως υποθέσουμε προς τα δεξιά και σε αυτό το χρονικό διάστημα θα διανύσει  $\Delta x_3$  προς τα αριστερά)

Από την χρονική στιγμή  $t_3 = 13 \text{ s}$  έως  $t_4 = 18 \text{ s}$ , το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή κατά μέτρο και ίση με  $u_4 = -6 \text{ m/s}$ .

Η μετατόπιση του σώματος υπολογίζεται από το εμβαδό του διαγράμματος:

(το δεύτερο παραλληλόγραμμο του σχήματος)

$$\Delta x_4 = \text{εμβαδό IV} = (18 - 13) \cdot (-6) = -30 \text{ m}.$$

(Η φορά της μετατόπισης  $\Delta x_4$  είναι αντίθετη από την αρχική φορά κίνησης)

Η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν:

$$a_4 = \Delta u_4 / \Delta t = 0.$$

### Δ<sub>1</sub>.

Η θέση του σώματος την χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ :

$$\Delta x_2' = x_2 - x_0 \Rightarrow$$

$$x_2 - x_0 = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow$$

$$x_2 = 50 + 25 + 5 \Rightarrow$$

$$x_2 = 80 \text{ m}.$$

### Δ<sub>2</sub>.

Υπολογίζουμε την ΣF σε κάθε χρονικό διάστημα της κίνησης:

Από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 5 \text{ s}$ :

$$\Sigma F_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_1 = 0 \text{ N}.$$

Από την χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  έως  $t_2 = 10 \text{ s}$ :

$$\Sigma F_2 = m \cdot a_2 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_2 = 3 \cdot (-2) = -6 \text{ N}.$$

(το μείον μας δηλώνει ότι η συνισταμένη δύναμη έχει αντίθετη φορά από την φορά κίνησης)

Από την χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$  έως  $t_3 = 13 \text{ s}$ :

$$\Sigma F_3 = m \cdot a_3 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_3 = 3 \cdot (-2) = -6 \text{ N.}$$

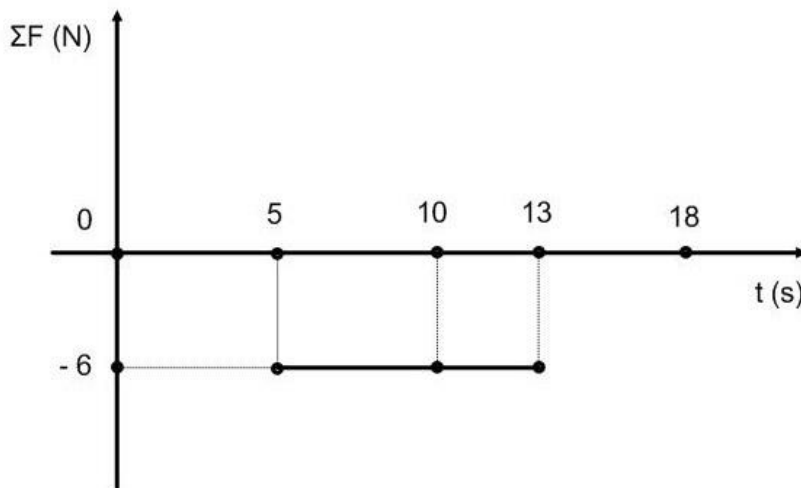
(το μείον μας δηλώνει ότι η συνισταμένη δύναμη έχει αντίθετη φορά από την αρχική φορά κίνησης, ίδια με της επιτάχυνσης γιατί το σώμα επιταχύνεται, αυξάνει η ταχύτητά του)

Από την χρονική στιγμή  $t_3 = 13 \text{ s}$  έως  $t_4 = 18 \text{ s}$ :

$$\Sigma F_4 = m \cdot a_4 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_4 = 0 \text{ N.}$$

Το διάγραμμα συνισταμένης δύναμης  $\Sigma F$  – χρόνου  $t$



**Δ<sub>3</sub>.**

Η θέση του σώματος την χρονική στιγμή  $t_4 = 18 \text{ s}$ :

$$\Delta x_4' = x_4 - x_0 \Rightarrow$$

$$x_4 - x_0 = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \Rightarrow$$

$$x_4 = 50 + 25 + (-9) + (-30) + 5 \Rightarrow$$

$$x_4 = 41 \text{ m.}$$

**Δ<sub>4</sub>.**

Το έργο που παράγει η συνισταμένη δύναμη  $\Sigma F$  από  $t_1 = 5 \text{ s}$  έως  $t_3 = 13 \text{ s}$ :

$$W_{\Sigma F, 1 \rightarrow 3} = W_{\Sigma F, 1 \rightarrow 2} + W_{\Sigma F, 2 \rightarrow 3} \Rightarrow$$

$$W_{F, 1 \rightarrow 3} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 + \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 \Rightarrow$$

$$W_{F, 1 \rightarrow 3} = (-6) \cdot 25 + (-6) \cdot (-9) \Rightarrow$$

$$W_{F, 1 \rightarrow 3} = -150 + 54 = -96 \text{ J.}$$

Το ερώτημα λύνεται με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\Sigma F} = \Delta K \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = K_3 - K_1 \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot m \cdot u_3^2 - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot m \cdot u_1^2 \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 3 \cdot (-6)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) \cdot 3 \cdot 10^2 \Rightarrow$$

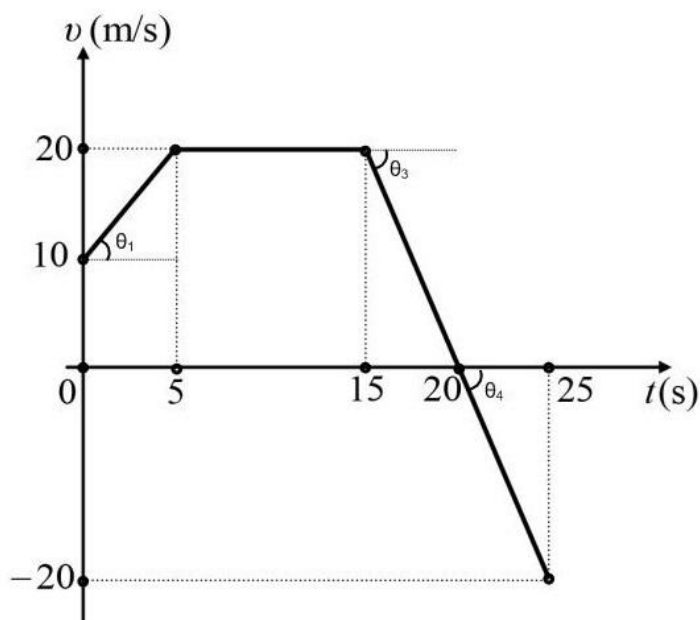
$$W_{\Sigma F} = 54 - 150 \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = -96 \text{ J.}$$

## 2) Λύση

Η μάζα του αυτοκινήτου είναι  $m = 900 \text{ kg}$  και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , η θέση του αυτοκινήτου είναι  $x_0 = 25 \text{ m}$ .

Από το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:



Από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s έως την χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha_1 = \tan \theta_1 = (v_1 - v_0) / (t_1 - t_0) \Rightarrow$$

(η κλίση στο διάγραμμα  $v - t$ , μας δίνει την επιτάχυνση)

$$\alpha_1 = (20 - 10) / (5 - 0) \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = 2 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Υπολογίζουμε την μετατόπιση  $\Delta x_1$ :

$$\Delta x_1 = \text{εμβαδό στο διάγραμμα } v - t \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = (1 / 2) \cdot (10 + 20) \cdot 5 = 75 \text{ m}.$$

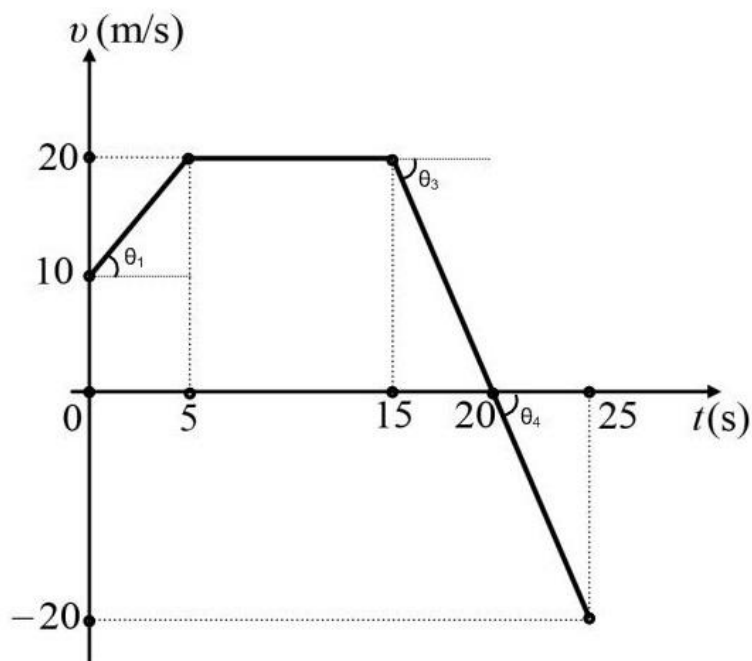
Μπορούμε ακόμα να υπολογίσουμε την μετατόπιση  $\Delta x_1$ :

$$\Delta x_1 = v_0 \cdot \Delta t_1 + (1 / 2) \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = v_0 \cdot (t_1 - t_0) + (1 / 2) \cdot \alpha_1 \cdot (t_1 - t_0)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 10 \cdot (5 - 0) + (1 / 2) \cdot 2 \cdot (5 - 0)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 75 \text{ m}.$$



Από την χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s έως την χρονική στιγμή  $t_2 = 15$  s το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$\alpha_2 = 0.$$

Υπολογίζουμε την μετατόπιση  $\Delta x_2$ :

$$\Delta x_2 = \text{εμβαδό στο διάγραμμα } v - t \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = (15 - 5) \cdot 2 = 200 \text{ m}.$$

Μπορούμε ακόμα να υπολογίσουμε την μετατόπιση  $\Delta x_2$ :

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = 20 \cdot (15 - 10) \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 200 \text{ m.}$$

Από την χρονική στιγμή  $t_2 = 15 \text{ s}$  έως την χρονική στιγμή  $t_3 = 20 \text{ s}$  το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\alpha_3 = \text{εφ } \theta_3 = (v_3 - v_2) / (t_3 - t_2) \Rightarrow$$

(η κλίση στο διάγραμμα  $v - t$ , μας δίνει την επιτάχυνση)

$$\alpha_3 = (0 - 20) / (20 - 15) \Rightarrow$$

$$\alpha_3 = -4 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Υπολογίζουμε την μετατόπιση  $\Delta x_3$ :

$$\Delta x_3 = \text{εμβαδό στο διάγραμμα } v - t \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = (1 / 2) \cdot (20 - 15) \cdot 20 = 50 \text{ m.}$$

Μπορούμε ακόμα να υπολογίσουμε την μετατόπιση  $\Delta x_3$ :

$$\Delta x_3 = v_2 \cdot \Delta t_3 - (1 / 2) \cdot \alpha_3 \cdot \Delta t_3^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = v_2 \cdot (t_3 - t_2) - (1 / 2) \cdot \alpha_3 \cdot (t_3 - t_2)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = 20 \cdot (20 - 15) - (1 / 2) \cdot 4 \cdot (20 - 15)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = 50 \text{ m.}$$

Από την χρονική στιγμή  $t_3 = 20 \text{ s}$  έως την χρονική στιγμή  $t_4 = 25 \text{ s}$  το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αντίθετη φορά κίνησης.

$$\alpha_4 = \text{εφ } \theta_4 = (v_4 - v_3) / (t_4 - t_3) \Rightarrow$$

(η κλίση στο διάγραμμα  $v - t$ , μας δίνει την επιτάχυνση)

$$\alpha_4 = (20 - 0) / (25 - 20) \Rightarrow$$

$$\alpha_4 = 4 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Υπολογίζουμε την μετατόπιση  $\Delta x_4$ :

$$\Delta x_4 = \text{εμβαδό στο διάγραμμα } v - t \Rightarrow$$

$$\Delta x_4 = (1 / 2) \cdot (25 - 20) \cdot 20 = 50 \text{ m.}$$

Μπορούμε ακόμα να υπολογίσουμε την μετατόπιση  $\Delta x_4$ :

$$\Delta x_4 = v_3 \cdot \Delta t_4 + (1 / 2) \cdot \alpha_4 \cdot \Delta t_4^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_4 = v_3 \cdot (t_4 - t_3) + (1 / 2) \cdot \alpha_4 \cdot (t_4 - t_3)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_4 = 0 + (1 / 2) \cdot 4 \cdot (25 - 20)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_4 = 50 \text{ m (κίνηση προς τα αριστερά).}$$

**Δ<sub>1</sub>.**

Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη από την χρονική στιγμή  $t_2 = 15 \text{ s}$  έως  $t_2 = 15 \text{ s}$ .

**Δ<sub>2</sub>.**

Εφαρμόζουμε τον 2° νόμο του Νεύτωνα, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$ :

$$\Sigma F_1 = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_1 = 900 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_1 = 1800 \text{ N.}$$

**Δ<sub>3</sub>.**

Ισχύει:

$$\Delta x_1 = x_1 - x_0 \Rightarrow$$

$$x_1 = \Delta x_1 + x_0 \Rightarrow$$

$$x_1 = 75 + 25 = 100 \text{ m.}$$

Ισχύει:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 \Rightarrow$$

$$x_2 = \Delta x_2 + x_1 \Rightarrow$$

$$x_2 = 200 + 100 = 300 \text{ m.}$$

Ισχύει:

$$\Delta x_3 = x_3 - x_2 \Rightarrow$$

$$x_3 = \Delta x_3 + x_2 \Rightarrow$$

$$x_3 = 50 + 300 = 350 \text{ m.}$$

Ισχύει:

$$\Delta x_4 = x_4 - x_3 \Rightarrow$$

$$x_4 = \Delta x_4 + x_3 \Rightarrow$$

$$x_3 = -50 + 350 = 300 \text{ m.}$$

**Δ<sub>4</sub>.**

Εφαρμόζουμε τον 2° νόμο του Νεύτωνα, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$ :

$$\Sigma F_2 = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_2 = 0.$$

Εφαρμόζουμε τον 2° νόμο του Νεύτωνα, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_3$ :

$$\Sigma F_3 = m \cdot \alpha_3 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_3 = 900 \cdot (-4) \Rightarrow$$

$$\Sigma F_3 = -3600 \text{ N.}$$

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_4$ :

$$\Sigma F_4 = m \cdot \alpha_4 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_4 = 900 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Sigma F_4 = 3600 \text{ N.}$$

Το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_4 = 25 \text{ s}$ :

$$W_{F,ολ} = W_{F,1} + W_{F,2} + W_{F,3} + W_{F,4} \Rightarrow$$

$$W_{F,ολ} = +F_1 \cdot \Delta x_1 + 0 - F_3 \cdot \Delta x_3 + F_4 \cdot \Delta x_4 \Rightarrow$$

$$W_{F,ολ} = +1800 \cdot 75 - 3600 \cdot 50 + 3600 \cdot 50 \Rightarrow$$

$$W_{F,ολ} = +135000 \text{ J.}$$

## 2<sup>η</sup> λύση

Με Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F,ολ}$$

## 3) Λύση

**Δ<sub>1</sub>.**

Το κιβώτιο (Α) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε ισχύει ο 1<sup>ος</sup> Νόμος του Νεύτωνα :

$$\Sigma F_A = 0.$$

Το κιβώτιο (Β) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση,

οπότε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης σύμφωνα με το τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής :

$$|\Sigma F_B| = m_B \cdot \alpha_B \Leftrightarrow |\Sigma F_B| = 20 \text{ N.}$$

**Δ<sub>2</sub>.**

Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση που εκτελεί το κιβώτιο (Α) έχουμε :

$$v_A = \Delta x / \Delta t \Rightarrow v_A = (x_A - x_{0,A}) / (t - 0) \Rightarrow$$

$$v_A = x_A / t \Rightarrow x_A = v_A \cdot t \Rightarrow x_A = 10 \cdot t \dots (1).$$

Αντίστοιχα για την ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση που εκτελεί το κιβώτιο (Β) εφαρμόζουμε την εξίσωση της κίνησης και προσέχουμε τις αλγεβρικές τιμές των μεγεθών :

$$\Delta x_B = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_B \cdot \Delta t^2 \Rightarrow x_B - x_{B,0} = 30 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot t^2 \Rightarrow$$

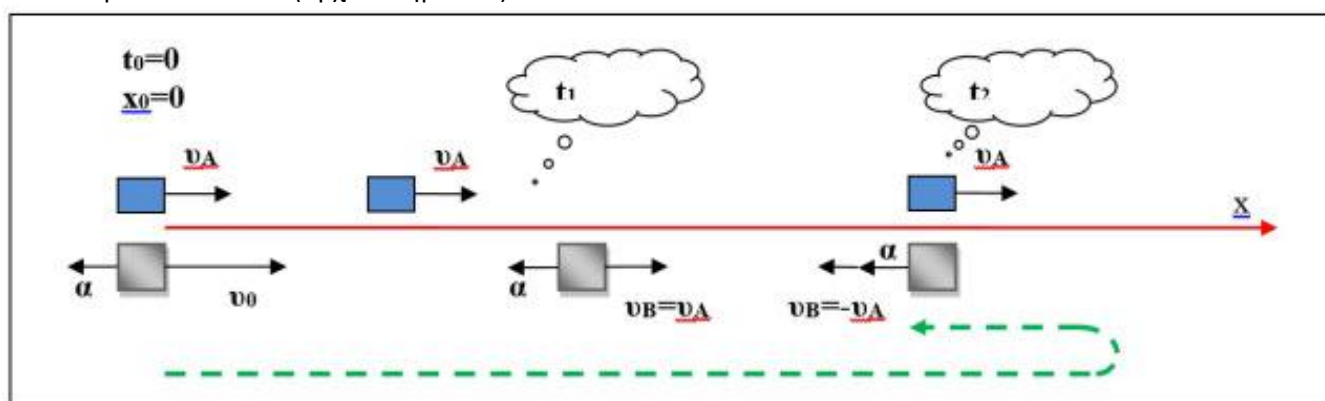
$$x_B = 30 \cdot t - t^2 \dots (2).$$

Όταν συναντηθούν θα βρίσκονται στην ίδια θέση, οπότε από τις (1) και (2) έχουμε :

$$x_A = x_B \Rightarrow 10 \cdot t = 30 \cdot t - t^2 \Rightarrow$$

$$t^2 - 20 \cdot t = 0 \Rightarrow t \cdot (t - 20) = 0.$$

Οπότε προκύπτει :  $t = 0$  (αρχικό σημείο Ο) και  $t = 20 \text{ s}$ .



**Δ<sub>3</sub>.**

Για το κιβώτιο (Β) θα ισχύει :

$$\alpha_B = \Delta v / \Delta t \Rightarrow -2 = (v_B - v_0) / (t - 0) \Rightarrow$$

$$v_B - v_0 = -2 \cdot t \Rightarrow v_B - 30 = -2 \cdot t \Rightarrow v_B = 30 - 2 \cdot t \dots (3).$$

Θέλουμε  $|v_B| = v_A \Leftrightarrow$

$$v_B = v_A \Rightarrow 30 - 2 \cdot t_1 = 10 \Rightarrow 2 \cdot t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s},$$

ή

$$v_B = -v_A \Rightarrow 30 - 2 \cdot t_2 = -10 \Rightarrow 2 \cdot t_2 = 40 \Rightarrow t_2 = 20 \text{ s}.$$

**Παρατήρηση:** Τα δύο κιβώτια έχουν ίσες ταχύτητες την  $t_1 = 10 \text{ s}$  και αντίθετες ταχύτητες την  $t_2 = 20 \text{ s}$ .

Προφανώς, το κιβώτιο (B) κατά τη διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης που εκτελεί μηδενίζεται η ταχύτητά του (στιγμιαία) και στη συνέχεια κινείται αντίθετα, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Δείτε το παραπάνω σχήμα.

**Δ<sub>4</sub>.**

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για κάθε κιβώτιο ξεχωριστά από την  $t = 0$  έως την  $t = 10 \text{ s}$  :

(A) :

$$\Delta K_A = W_{\Sigma F(A)} \Rightarrow \Delta K_A = 0, \text{ αφού } \Sigma F_{(A)} = 0.$$

(B) :

$$\Delta K_B = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2$$

και με αντικατάσταση προκύπτει  $\Delta K_B = -4000 \text{ J}$ .

#### 4) Λύση

**Δ<sub>1</sub>.**

Με την επίδραση των δύο οριζόντιων και κάθετων μεταξύ τους δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση στην διεύθυνση της  $\Sigma F$ , με μέτρο:

$$\alpha = \Delta v / \Delta t \Rightarrow$$

$$\alpha = (v_1 - v_0) / (t_1 - t_0) \Rightarrow$$

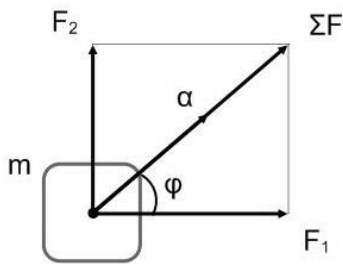
$$\alpha = (8 - 0) / (4 - 0) \Rightarrow$$

$$\alpha = 2 \text{ m} / \text{s}^2.$$

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma F$  υπολογίζεται από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$\Sigma F = 5 \cdot 2 = 10 \text{ N}.$$



Η διεύθυνση της  $\Sigma F$ :

$$\epsilon\phi \phi = F_2 / F_1$$

$$\text{και επειδή } F_1 = (3 / 4) \cdot F_2,$$

$$\epsilon\phi \phi = F_2 / [(3 / 4) \cdot F_2] \Rightarrow$$

$$\epsilon\phi \phi = 4 / 3,$$

όπου  $\phi$  είναι η γωνία μεταξύ της  $\Sigma F$  και της  $F_1$ .

**Δ<sub>2</sub>.**

Επειδή οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  είναι κάθετες μεταξύ τους για το μέτρο της  $\Sigma F$  ισχύει:

$$\Sigma F = \sqrt{F_2^2 + F_1^2} \Rightarrow$$

$$\Sigma F^2 = F_2^2 + F_1^2$$

$$\Sigma F^2 = F_2^2 + [(3 / 4) \cdot F_2]^2 \Rightarrow$$

$$\Sigma F^2 = (25 / 16) \cdot F_2^2 \Rightarrow$$

$$\Sigma F = (5 / 4) \cdot F_2 \Rightarrow$$

$$F_2 = (4 / 5) \cdot \Sigma F \Rightarrow$$

$$F_2 = (4 / 5) \cdot 10 \Rightarrow$$

$$F_2 = 8 \text{ N}$$

και

$$F_1 = (3 / 4) \cdot F_2 \Rightarrow$$

$$F_1 = (3 / 4) \cdot 8 \Rightarrow$$

$$F_1 = 6 \text{ N}.$$

**Δ<sub>3</sub>.**

Για τον υπολογισμό της κινητικής ενέργειας όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 4 \text{ m}$ ,

εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής ενέργειας:

(για το σώμα  $m$  με αρχική την θέση ακινησίας και τελική την θέση  $x = 4 \text{ m}$ )

$$\Delta K = W_{\Sigma F} \Rightarrow$$

$$K - K_0 = \Sigma F \cdot \Delta x \cdot \sin 0^\circ \Rightarrow$$

$$K = \Sigma F \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$K = 10 \cdot 4 \Rightarrow$$

$$K = 40 \text{ J.}$$

### Κινηματική λύση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, το μέτρο της ταχύτητας του σε σχέση με τον χρόνο:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow$$

$$(\text{όπου } v_0 = 0 \text{ m/s}),$$

$$v = 0 + a \cdot t \Rightarrow$$

$$t = v / a.$$

Η μετατόπιση που έχει διανύσει το κινητό είναι:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + (1/2) \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x = (1/2) \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow$$

$$(t = v / a),$$

$$\Delta x = (1/2) \cdot a \cdot (v / a)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x = v^2 / (2 \cdot a) \Rightarrow$$

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x.$$

Η κινητική ενέργεια του σώματος:

$$K = (1/2) \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow$$

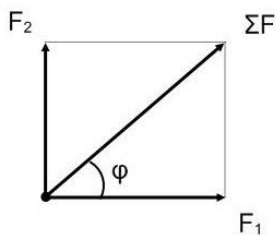
$$K = (1/2) \cdot m \cdot (2 \cdot a \cdot \Delta x) \Rightarrow$$

$$K = \Sigma F \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$K = 40 \text{ J.}$$

### Δ<sub>4</sub>.

Υπολογισμός του έργου  $W_{F,1}$  από  $t_0 = 0$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ .



Από το παραπάνω σχήμα:

$$\text{συν } \phi = F_1 / \Sigma F \Rightarrow$$

$$\text{συν } \phi = 6 / 10 = 3 / 5.$$

$$\text{ημ } \phi = F_2 / \Sigma F \Rightarrow$$

$$\text{ημ } \phi = 8 / 10 = 4 / 5.$$

Υπολογίζουμε την μετατόπιση του σώματος για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$ :

$$\Delta x_1 = v_1 \cdot \Delta t_1 + (1/2) \cdot a \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = (1/2) \cdot a \cdot \Delta t_1^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = (1/2) \cdot 2 \cdot 4^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 16 \text{ m.}$$

Για το έργο  $W_{F,1}$  της  $F_1$ :

$$W_{F,1} = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \text{συν } \phi \Rightarrow$$

$$W_{F,1} = 6 \cdot 16 \cdot (3 / 5) \Rightarrow$$

$$W_{F,1} = 57,6 \text{ J.}$$

(Προσθήκη) Υπολογισμός του έργου  $W_{F,2}$  της  $F_2$ :

$$W_{F,2} = F_2 \cdot \Delta x_1 \cdot \text{συν } (90^\circ - \phi) \Rightarrow$$

$$W_{F,2} = 8 \cdot 16 \cdot (4 / 5) \Rightarrow$$

$$W_{F,2} = 102,4 \text{ J.}$$

(Προσθήκη) Υπολογισμός του έργου  $W_{\Sigma F}$  της  $\Sigma F$ :

$$W_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \Delta x_1 \cdot \text{συν } 0^\circ \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = 10 \cdot 16 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$W_{\Sigma F} = 160 \text{ J.}$$

Ισχύει:

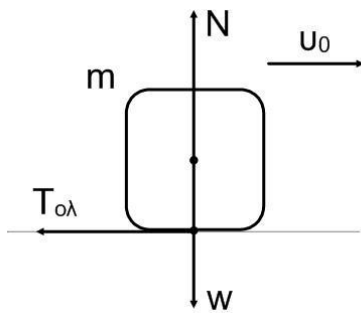
$$W_{F,1} + W_{F,2} = 57,6 + 102,4 = 160 \text{ J.}$$

Άρα:

$$W_{\Sigma F} = W_{F,1} + W_{F,2}.$$

### 5) Λύση

Δ<sub>1</sub>.



Η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου δίνεται :

$$u_0 = 72 \text{ Km} / \text{h} \Rightarrow u_0 = 72 \cdot 1000 / (60 \cdot 60) \Rightarrow u_0 = 20 \text{ m} / \text{s} .$$

Το αυτοκίνητο ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα :

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = w \Rightarrow N = m \cdot g \Rightarrow N = 1000 \cdot 10 \Rightarrow N = 10.000 \text{ N} .$$

Η τριβή ολίσθησης δίνεται :

$$T_{ολ} = \mu \cdot N \Rightarrow T_{ολ} = 0,8 \cdot 10.000 \Rightarrow T_{ολ} = 8000 \text{ N} .$$

2ος νόμος του Newton στο αυτοκίνητο :

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha \Rightarrow T_{ολ} = m \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = T_{ολ} / m \Rightarrow \alpha = 8000 / 1000 \Rightarrow \alpha = 8 \text{ m} / \text{s}^2 .$$

Το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, με την επίδραση της τριβής ολίσθησης  $T_{ολ}$  .

Δ<sub>2</sub>.

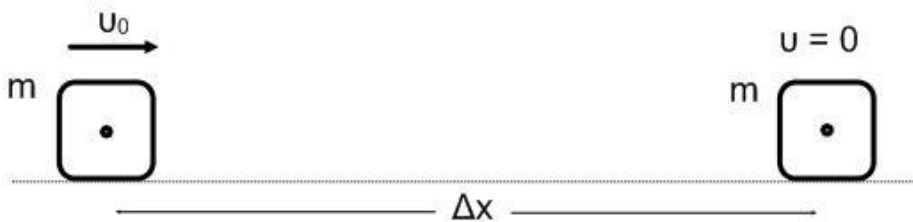
Η εξίσωση της ταχύτητας  $u$  και του χρόνου  $t$  στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση είναι :

$$u = u_0 - \alpha \cdot t ,$$

(μας δίνεται την χρονική στιγμή  $t = t_1$  το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου  $u_1 = u_0 / 5$  .)

$$u_1 = u_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow u_0 / 5 = u_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \alpha \cdot t_1 = u_0 - (u_0 / 5) \Rightarrow \alpha \cdot t_1 = 4 \cdot u_0 / 5 \Rightarrow t_1 = 4 \cdot u_0 / (5 \cdot \alpha) \Rightarrow t_1 = 4 \cdot 20 / (5 \cdot 8) \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s} .$$

Δ<sub>3</sub>.



Το αυτοκίνητο τελικά σταματάει την χρονική στιγμή  $t = t_2$  άρα η ταχύτητα του είναι μηδέν  $u_2 = 0$  .

Η εξίσωση της ταχύτητας  $u$  και του χρόνου  $t$  στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση :

$$u_2 = u_0 - \alpha \cdot t_2 \Rightarrow 0 = u_0 - \alpha \cdot t_2 \Rightarrow u_0 = \alpha \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = u_0 / \alpha \Rightarrow t_2 = 20 / 8 \Rightarrow t_2 = 2,5 \text{ s} .$$

Δ<sub>4</sub>.

1<sup>ος</sup> τρόπος : Αρχή διατήρησης της ενέργειας :

(η γενικότερη μορφή, ισχύει πάντα, όπου  $K_0$  η αρχική κινητική ενέργεια για  $t_0 = 0$  και  $K_1$  η κινητική ενέργεια την χρονική στιγμή  $t = t_1$ ,  $Q$  είναι η θερμότητα που παράγεται λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης  $W_T$ )

$$K_0 = K_1 + Q \Rightarrow Q = K_0 - K_1 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (u_0^2 - u_1^2) \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (u_0^2 - (u_0 / 5)^2) \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (24 \cdot u_0^2 / 25) \Rightarrow Q = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot (24 \cdot 400 / 25) \Rightarrow Q = 192000 \text{ joule} .$$

2<sup>ος</sup> τρόπος : Θεώρημα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει πάντα)

$$\Delta K = W_T \Rightarrow K_1 - K_0 = W_T \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (u_1^2 - u_0^2) \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot ((u_0 / 5)^2 - u_0^2) \Rightarrow W_T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (-24 \cdot u_0^2 / 25) \Rightarrow W_T = -192000 \text{ joule} .$$

Το μείον είναι αναμενόμενο, γιατί το έργο της τριβής ολίσθησης  $W_T$  είναι πάντα αρνητικό, αφού η τριβή ολίσθησης έχει πάντα αντίθετη φορά από την φορά κίνησης του σώματος .

### 6) Λύση

Το ενδιαφέρον στοιχείο της άσκησης είναι το πλήθος των μετρήσεων που θα μπορούσαν να είναι πειραματικά δεδομένα που παράγονται από ένα physics experiment simulation (εικονικό πείραμα).

Το κινητό (αμαξίδιο) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κατά την ΑΒ μετατόπιση του, ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση κατά την ΒΓ μετατόπιση του, έστω ότι συνάντησε ανώμαλο έδαφος το αμαξίδιο και ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κατά την ΓΔ μετατόπιση του.

**Δ<sub>1</sub>.**

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση κατά την ΒΓ μετατόπιση του.

Εξίσωση της ταχύτητας:

$$u_2 = u_1 - \alpha_2 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow$$

(Από τις τιμές του πίνακα:  $u_1 = u_0 = 14 \text{ m/s}$ ,  $u_2 = 2 \text{ m/s}$ )

$$2 = 14 - \alpha_2 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = (14 - 2) / (6 - 2) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = 3 \text{ m/s}^2.$$

Η' απλούστερα:

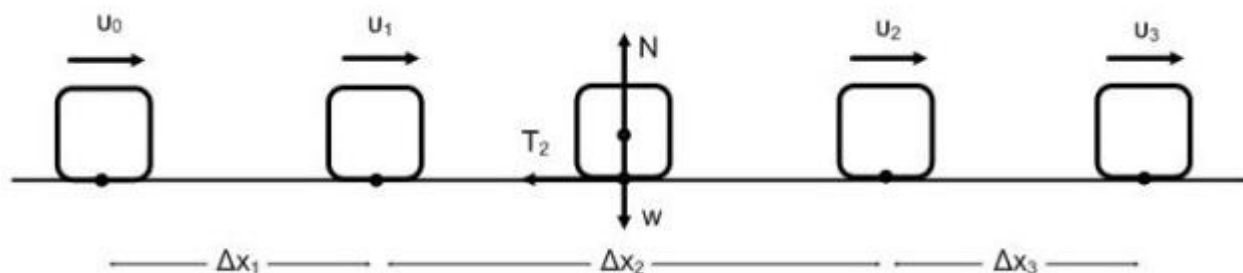
$$\alpha_2 = \Delta u_2 / \Delta t_2 \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = (u_2 - u_1) / (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = (2 - 14) / (6 - 2) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = -3 \text{ m/s}^2.$$

**Δ<sub>2</sub>.**



2ος νόμος του Νεύτωνα:

$$\Sigma F_{x,2} = (m + M) \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$-T_2 = (m + M) \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$T_2 = -(0,5 + 2,5) \cdot 3 \Rightarrow$$

$$T_2 = -9 \text{ N}.$$

Το κινητό ισορροπεί στον γ άξονα:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$N - w = 0 \Rightarrow$$

$$N = w \Rightarrow$$

$$N = (m + M) \cdot g.$$

Η τριβή ολίσθησης  $T_2$ :

$$T_2 = \mu \cdot N \Rightarrow$$

$$T_2 = \mu \cdot (m + M) \cdot g \Rightarrow$$

$$\mu = T_2 / [(m + M) \cdot g] \Rightarrow$$

$$\mu = 9 / [(0,5 + 2,5) \cdot 10] \Rightarrow$$

$$\mu = 0,3.$$

**Δ<sub>3</sub>.**

Το κινητό (αμαξίδιο) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κατά την ΑΒ μετατόπιση του.

Εξίσωση της ταχύτητας  $u_1$ :

(Η ταχύτητα του κινητού μένει σταθερή κατά μέτρο διεύθυνση και φορά)

$$u_1 = u_0 = 14 \text{ m/s}.$$

Εξίσωση της μετατόπισης  $\Delta x_1$ :

$$\Delta x_1 = u_1 \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = u_1 \cdot (t_1 - t_0) \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 14 \cdot (2 - 0) \Rightarrow$$

$$\Delta x_1 = 28 \text{ m}.$$

(Η' από τον ορισμό της ταχύτητας  $u_1 = \Delta x_1 / \Delta t_1$ )

Το κινητό (αμαξίδιο) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση κατά την ΒΓ μετατόπιση του.

$$\Delta x_2 = u_1 \cdot \Delta t_2 - (1/2) \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_2^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = 14 \cdot (6 - 2) - (1/2) \cdot 3 \cdot (6 - 2)^2 \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = 32 \text{ m}.$$

Το κινητό (αμαξίδιο) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση κατά την ΓΔ μετατόπιση του.

Εξίσωση της ταχύτητας  $u_3$ :

(Η ταχύτητα του κινητού μένει σταθερή κατά μέτρο διεύθυνση και φορά)

$$u_3 = u_2 = 2 \text{ m/s}.$$

Εξίσωση της μετατόπισης  $\Delta x_3$ :

$$\Delta x_3 = v_3 \cdot \Delta t_3 \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = v_3 \cdot (t_3 - t_2) \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = 2 \cdot (8 - 6) \Rightarrow$$

$$\Delta x_3 = 4 \text{ m.}$$

(Η' από τον ορισμό της ταχύτητας  $v_3 = \Delta x_3 / \Delta t_3$ )

**Δ<sub>4</sub>.**

Η αρχική κινητική ενέργεια του αμαξιδίου:

$$K_{\text{αρχ}} = K_1 = (1/2) \cdot (m + M) \cdot v_1^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{αρχ}} = (1/2) \cdot (0,5 + 2,5) \cdot 14^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{αρχ}} = 294 \text{ J.}$$

Το κινητό (αμαξίδιο) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση κατά την ΒΓ μετατόπιση του.

Ισχύει η γενικότερη αρχή διατήρησης της ενέργειας:

(Ισχύει σε όλο το σύμπαν)

$$K_{\text{αρχ}} = Q + K_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$[K_{\text{τελ}} = K_2 = (1/2) \cdot (m + M) \cdot v_2^2 \Rightarrow$$

$$K_{\text{τελ}} = (1/2) \cdot (0,5 + 2,5) \cdot 2^2 = 6 \text{ J.}]$$

$$Q = K_{\text{αρχ}} - K_{\text{τελ}} \Rightarrow$$

$$Q = 294 - 6 = 288 \text{ J.}$$

Το ποσοστό (%) της αρχικής κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική (με προσέγγιση ακεραίου) κατά τη κίνηση του αμαξιδίου από το Α στο Δ:

(Η κινητική ενέργεια  $K_{\text{τελ}} = K_2 = K_3$ )

$$(Q / K_{\text{αρχ}}) \% = (Q / K_{\text{αρχ}}) \cdot 100 \% \Rightarrow$$

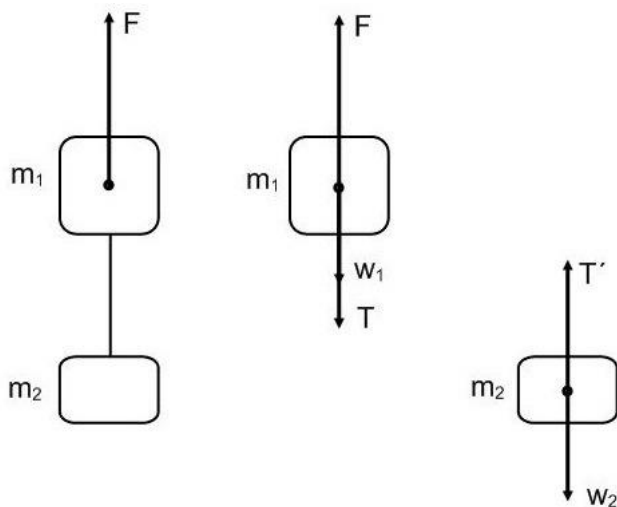
$$(Q / K_{\text{αρχ}}) \% = (288 / 294) \cdot 100 \% \Rightarrow$$

$$(Q / K_{\text{αρχ}}) \% = 0,979 \cdot 100 \% \Rightarrow$$

$$(Q / K_{\text{αρχ}}) \% = 97,9 \%. \quad \text{}$$

## 7) Λύση

**Δ<sub>1</sub>.**



Στο σώμα  $m_1$  ασκούνται :

Η δύναμη  $F$ , το βάρος του σώματος  $w_1$ , η τάση του νήματος  $T$ .

Στο σώμα  $m_2$  ασκούνται :

Το βάρος του σώματος  $w_2$ , η τάση του νήματος  $T'$ .

2ος νόμος του Newton στο σώμα μάζας  $m_1$  :

$$\Sigma F_{y,1} = m_1 \cdot a \Rightarrow F - T - w_1 = m_1 \cdot a \dots (I) .$$

2ος νόμος του Newton στο σώμα μάζας  $m_2$  :

$$\Sigma F_{y,2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - w_2 = m_2 \cdot a \dots (II) .$$

**Δ<sub>2</sub>.**

Από την σχέση (II) :

$$T' = m_2 \cdot a + m_2 \cdot g \dots (III) .$$

Από την σχέση (I) :

$$T = F - m_1 \cdot g - m_1 \cdot a \dots (IV) .$$

Οι δυνάμεις  $T$  και  $T'$  είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης άρα  $T = T'$ .

Από την σχέση (III) και την σχέση (IV) :

$$m_2 \cdot \alpha + m_2 \cdot g = F - m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha \Rightarrow m_2 \cdot \alpha + m_1 \cdot \alpha = F - m_1 \cdot g - m_2 \cdot g \Rightarrow (m_2 + m_1) \cdot \alpha = F - (m_1 - m_2) \cdot g \Rightarrow \alpha = [F - (m_1 - m_2) \cdot g] / (m_2 + m_1) \Rightarrow \alpha = [90 - (4 - 2) \cdot 10] / (2 + 4) \Rightarrow \alpha = 30 / 6 \Rightarrow \alpha = 5 \text{ m / s}^2 .$$

**Δ<sub>3</sub>.**

Το έργο του βάρους  $w_1$  του σώματος  $m_1$  :

(το σώμα  $m_1$  ανεβαίνει, το βάρος  $w_1$  έχει αντίθετη φορά από την φορά κίνησης)

$$W_{w,1} = -w_1 \cdot h \Rightarrow W_{w,1} = -m_1 \cdot g \cdot h \Rightarrow W_{w,1} = -4 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow W_{w,1} = -400 \text{ joule} .$$

Το έργο του βάρους  $w_2$  του σώματος  $m_2$  :

(το σώμα  $m_2$  ανεβαίνει, το βάρος  $w_2$  έχει αντίθετη φορά από την φορά κίνησης)

$$W_{w,2} = -w_2 \cdot h \Rightarrow W_{w,2} = -m_2 \cdot g \cdot h \Rightarrow W_{w,2} = -2 \cdot 10 \cdot 10 \Rightarrow W_{w,2} = -200 \text{ joule} .$$

Το συνολικό έργο των βαρών των σωμάτων :

$$W_{w,ολ} = W_{w,1} + W_{w,2} \Rightarrow W_{w,ολ} = -400 - 200 \Rightarrow W_{w,ολ} = -600 \text{ joule} .$$

**Δ<sub>3</sub>.**

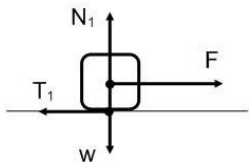
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

$$K_{τελ} - K_{τελ} = W_F + W_{w,ολ} \Rightarrow K - 0 = F \cdot h + W_{w,ολ} \Rightarrow K = 90 \cdot 10 - 600 \Rightarrow K = 300 \text{ joule} .$$

## 8) Λύση

**Δ<sub>1</sub>.**

Η σανίδα είναι οριζόντια .



Η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος και της σανίδας :

$$T_1 = \mu \cdot N_1 \Rightarrow$$

(το σώμα ισορροπεί στο άξονα  $y$  :

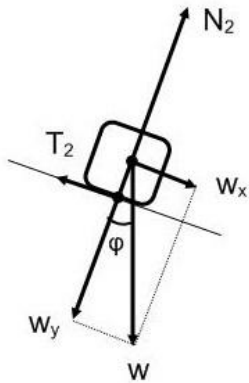
$$\Sigma F_{y,1} = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 - w = 0 \Rightarrow$$

$$N_1 = w = m \cdot g)$$

$$T_1 = \mu \cdot m \cdot g .$$

Η σανίδα σχηματίζει γωνία  $\phi = 45^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση .



Η τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος και της σανίδας :

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \Rightarrow$$

(το σώμα ισορροπεί στο άξονα  $y$  :

$$\Sigma F_{y,2} = 0 \Rightarrow$$

$$N_2 - w_y = 0 \Rightarrow$$

$$N_2 = w_y = m \cdot g \cdot \sin \phi)$$

$$T_2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sin 45^\circ .$$

Ο ζητούμενος λόγος :

$$T_1 / T_2 = (\mu \cdot m \cdot g) / (\mu \cdot m \cdot g \cdot \sin 45^\circ) \Rightarrow$$

$$T_1 / T_2 = 1 / (\sqrt{2} / 2) \Rightarrow$$

$$T_1 / T_2 = 2 / \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$T_1 / T_2 = 2 \cdot \sqrt{2} / 2 \Rightarrow$$

$$T_1 / T_2 = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$T_1 / T_2 = 1,4 .$$

**Δ<sub>2</sub>.**

2ος νόμος του Newton για την κίνηση του σώματος στην οριζόντια σανίδα :

$$\Sigma F_{1,x} = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow$$

$$F - T_1 = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow$$

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \alpha_1 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = (F - \mu \cdot m \cdot g) / m \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = (14 - 0,4 \cdot 2 \cdot 10) / 2 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = 3 \text{ m} / \text{s}^2 .$$

2ος νόμος του Newton για την κίνηση του σώματος στην κεκλιμένη σανίδα :

$$\Sigma F_{2,x} = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$w_x - T_2 = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$m \cdot g \cdot \eta\mu \phi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu \phi = m \cdot \alpha_2 \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = (m \cdot g \cdot \eta\mu \phi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu \phi) / m \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = g \cdot \eta\mu 45^\circ - \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 45^\circ \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = 10 \cdot (\sqrt{2} / 2) - 0,4 \cdot 10 \cdot (\sqrt{2} / 2) \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = 5 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\alpha_2 = 3 \cdot \sqrt{2} \text{ m} / \text{s}^2 .$$

Ο ζητούμενος λόγος :

$$\alpha_1 / \alpha_2 = 3 / (3 \cdot \sqrt{2}) \Rightarrow$$

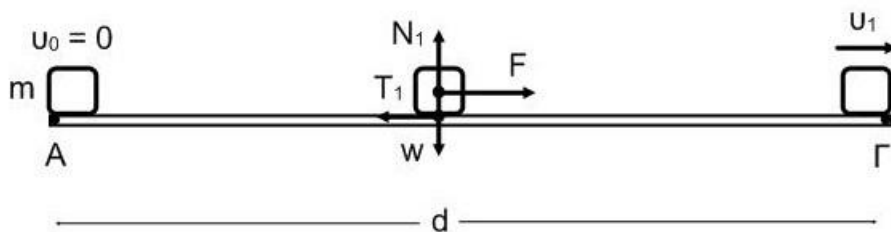
$$\alpha_1 / \alpha_2 = \sqrt{2} / 2 \Rightarrow$$

$$\alpha_1 / \alpha_2 = 1,4 / 2$$

$$\alpha_1 / \alpha_2 = 0,7 .$$

**Δ<sub>3</sub>.**

Η σανίδα είναι οριζόντια .



Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα m από την θέση Α στη θέση Γ :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού)

$$\Delta K = W_{\Sigma F} \Rightarrow$$

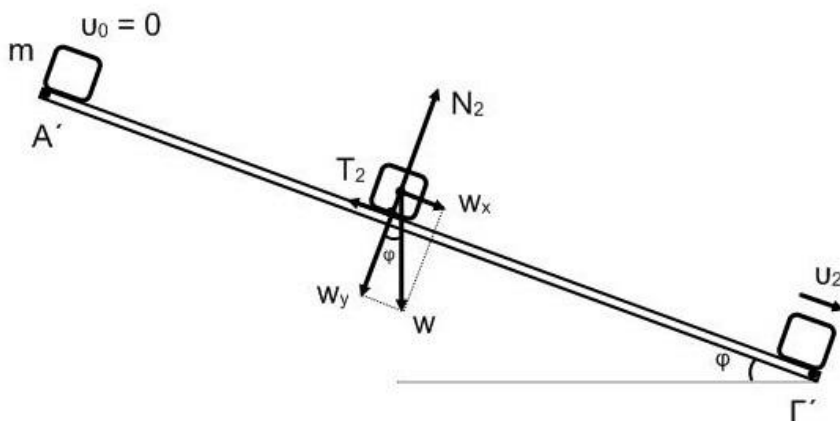
$$K_\Gamma - K_A = W_F + W_{T_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 - 0 = F \cdot d - T_1 \cdot d \Rightarrow$$

$$u_1^2 = 2 \cdot (F \cdot d - T_1 \cdot d) / m \Rightarrow$$

$$u_1 = \sqrt{2 \cdot (F \cdot d - T_1 \cdot d) / m} .$$

Η σανίδα είναι κεκλιμένη .



Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σώμα m από την θέση Α' στη θέση Γ' :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει παντού)

$$\Delta K' = W_{\Sigma F'} \Rightarrow$$

$$K_{\Gamma'} - K_{A'} = W_{w_x} + W_{T_2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_2^2 - 0 = w_x \cdot d - T_2 \cdot d \Rightarrow$$

$$u_2^2 = 2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta\mu 45^\circ \cdot d - T_2 \cdot d) / m \Rightarrow$$

$$u_2 = \sqrt{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta \mu 45^\circ \cdot d - T_2 \cdot d) / m} .$$

Ο ζητούμενος λόγος :

$$u_1 / u_2 = \sqrt{2 \cdot (F \cdot d - T_1 \cdot d) / m} / \sqrt{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta \mu 45^\circ \cdot d - T_2 \cdot d) / m} \Rightarrow$$

$$u_1 / u_2 = \sqrt{2 \cdot (F - T_1)} / \sqrt{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta \mu 45^\circ - T_2)} \Rightarrow$$

$$\{\text{όπου } T_1 = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow T_1 = 0,4 \cdot 2 \cdot 10 \Rightarrow T_1 = 8 \text{ N}$$

$$\text{όπου } T_2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma \nu \nu 45^\circ \Rightarrow T_2 = 0,4 \cdot 2 \cdot 10 \cdot (\sqrt{2} / 2) \Rightarrow$$

$$T_2 = 4 \cdot \sqrt{2} \Rightarrow T_2 = 4 \cdot 1,4 \Rightarrow T_2 = 5,6\}$$

$$u_1 / u_2 = \sqrt{2 \cdot (14 - 8)} / \sqrt{2 \cdot (2 \cdot 10 \cdot 0,7 - 5,6)} \Rightarrow$$

$$u_1 / u_2 = \sqrt{12 / 16,4} \Rightarrow$$

$$u_1 / u_2 = \sqrt{0,7} .$$

$$u_1 / u_2 \cong 0,84 .$$

**Δ<sub>4</sub>.**

Η σανίδα είναι οριζόντια .

(η κίνηση που κάνει η μάζα m είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα)

$$u_1 = \alpha_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = u_1 / \alpha_1 .$$

Η σανίδα είναι κεκλιμένη .

(η κίνηση που κάνει η μάζα m είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα)

$$u_2 = \alpha_2 \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = u_2 / \alpha_2 .$$

Ο ζητούμενος λόγος :

$$t_1 / t_2 = (u_1 / \alpha_1) / (u_2 / \alpha_2) \Rightarrow$$

$$t_1 / t_2 = (u_1 / u_2) / (\alpha_2 / \alpha_1) \Rightarrow$$

$$t_1 / t_2 \cong 1 / 0,7 \Rightarrow$$

$$t_1 / t_2 \cong 1,2 .$$