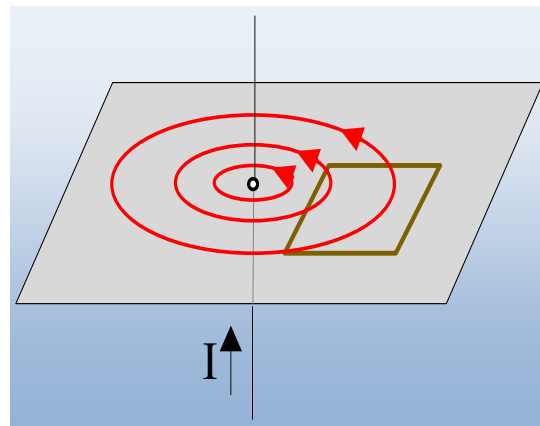


## ΑΣΚΗΣΗ 1

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα τετράγωνο αγωγίμο πλαίσιο. Στο (α) σχήμα, ένας ευθύγραμμος κατακόρυφος αγωγός, βρίσκεται σε κοντινή απόσταση στο πλαίσιο, ενώ στο (β) σχήμα ο ευθύγραμμος αγωγός είναι οριζόντιος. Στο κάτω σχήμα βλέπουμε τη μεταβολή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό, σε συνάρτηση με το χρόνο.



i) Αναφερόμενοι στο (α) σχήμα:

α) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού, έχουν φορά προς τα πάνω.

β) Η μαγνητική ροή που περνάει από το πλαίσιο παραμένει σταθερή από 0-2s.

γ) Στο χρονικό διάστημα 1s-2s στο πλαίσιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής.

δ) Το τετράγωνο πλαίσιο θα κινηθεί προς τον ευθύγραμμο αγωγό μετά τη στιγμή  $t_1=1s$ .

ii) Αναφερόμενοι στο (β) σχήμα.

α) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού, είναι πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

β) Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο μεταβάλλεται στο χρονικό διάστημα 1s-2s.

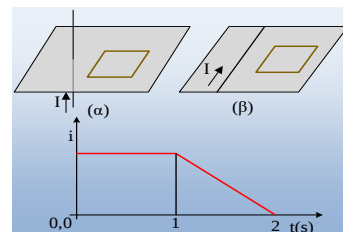
γ) Στο χρονικό διάστημα 0s-1s στο πλαίσιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής.

δ) Το πλαίσιο θα κινηθεί πλησιάζοντας τον αγωγό.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

### Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου, γύρω από τον ευθύγραμμο αγωγό, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο, που βρίσκεται και το πλαίσιο. Με βάση το σχήμα αυτό, παρατηρούμε ότι η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο είναι μηδενική, ανεξάρτητα της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό. Αυτό όμως σημαίνει ότι δεν θα εμφανιστούν φαινόμενα επαγωγής, ούτε θα



εμφανιστεί επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα στο πλαίσιο. Κατά συνέπεια δεν θα ασκηθεί και κάποια δύναμη Laplace στο πλαίσιο, από τον ευθύγραμμο αγωγό. Με βάση αυτά οι απαντήσεις είναι:

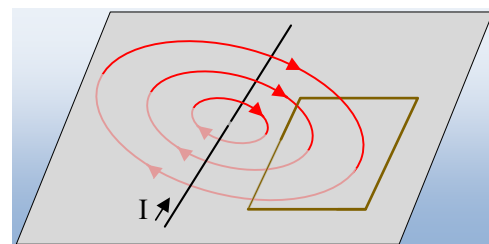
α) Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού, έχουν φορά προς τα πάνω. (Λ)

β) Η μαγνητική ροή που περνάει από το πλαίσιο παραμένει σταθερή από 0-2s.

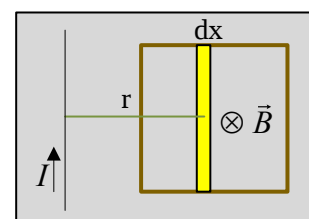
(Σ)

γ) Στο χρονικό διάστημα 1s-2s στο πλαίσιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής. (Λ)

δ) Το τετράγωνο πλαίσιο θα κινηθεί προς τον ευθύγραμμο αγωγό μετά τη στιγμή  $t_1=1s$ . (Λ)



ii) Το μαγνητικό πεδίο στο (β), φαίνεται στο διπλανό σχήμα, όπου έχουν σχεδιαστεί οι δυναμικές γραμμές σε ένα επίπεδο κάθετο στον αγωγό. Οι γραμμές αυτές τέμνουν κάθετα το οριζόντιο επίπεδο, συνεπώς και το επίπεδο του πλαισίου. Αλλά τότε υπάρχει μαγνητική ροή που



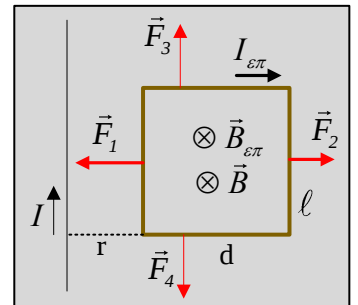
διέρχεται από το πλαίσιο, η οποία εξαρτάται από την ένταση του μαγνητικού πεδίου, η οποία με την σειρά της είναι ανάλογη με την ένταση του ρεύματος  $I$ , που διαρρέει τον ευθύγραμμο αγωγό. Πράγματι ας δούμε το διπλανό σχήμα (κάτοψη) και μια λωρίδα πάχους  $dx$  του πλαισίου, η οποία απέχει κατά  $r$  από τον ευθύγραμμο αγωγό. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στην επιφάνεια, με φορά προς τα μέσα και σε απόσταση  $r$  από τον αγωγό έχει μέτρο:

$$B_r = K_\mu \frac{2I}{r}$$

Οπότε η μαγνητική ροή που διέρχεται από την «κίτρινη λωρίδα» είναι ίση (έστω η κάθετη στην επιφάνεια είναι προς τα μέσα, όπως και η ένταση  $B$ ):

$$\Phi_r = B_r \ell dx = K_\mu \frac{2I}{r} B_r \ell$$

Αλλά τότε και η συνολική ροή που περνά από το πλαίσιο, θα είναι ανάλογη της έντασης του  $I$  και θα παραμένει σταθερή, όταν και η ένταση  $I$  παραμένει σταθερή (από 0-1s), ενώ θα μεταβάλλεται στο χρονικό διάστημα 1s-2s, στο οποίο μεταβάλλεται και η ένταση του ρεύματος. Έτσι στο διάστημα αυτό θα εμφανιστεί στο πλαίσιο ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής και επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα, το οποίο σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz θα έχει τέτοια φορά ώστε να αντιστέκεται στην μείωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου. Στο πλαίσιο δηλαδή θα εμφανιστεί ρεύμα, με τη φορά που φαίνεται στο σχήμα, ώστε να προκαλέσει ένταση μαγνητικού πεδίου  $B_{\varepsilon\pi}$ , ίδιας κατεύθυνσης με την ένταση  $B$ .



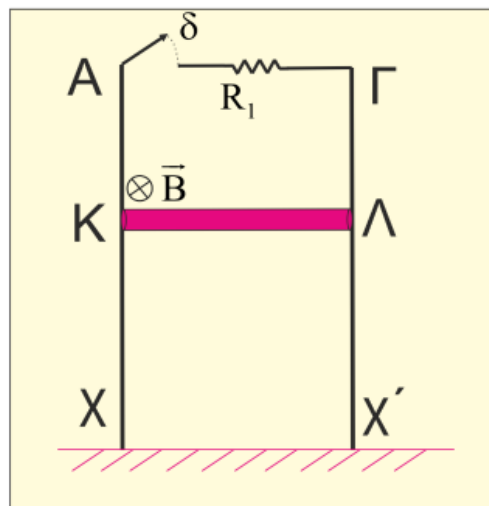
Σαν αποτέλεσμα, θα ασκηθεί σε κάθε πλευρά του πλαισίου μια δύναμη, όπου η συνισταμένη των δυνάμεων  $F_3$  και  $F_4$  είναι μηδενική (σε κάθε στοιχειώδες τμήμα  $dx$  της μιας, ασκείται δύναμη  $dF = B_r \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot dx$ , αντίθετης της δύναμης που ασκείται στο αντίστοιχο τμήμα  $dx'$  της άλλης). Αλλά τότε η συνισταμένη θα είναι ίση με  $\Sigma F = F_1 - F_2$ , με κατεύθυνση αυτή της  $F_1$ , αφού:

$$F_1 = B_r I_{\varepsilon\pi} \ell = K_\mu \frac{2I}{r} I_{\varepsilon\pi} \ell > K_\mu \frac{2I}{r+d} I_{\varepsilon\pi} \ell = F_2$$

Με βάση όλα αυτά οι απαντήσεις είναι:

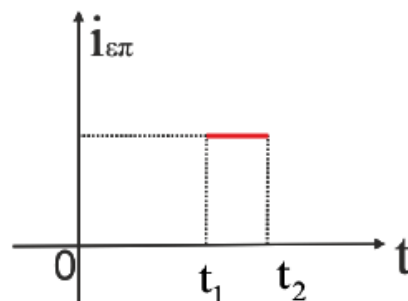
- Οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου του ευθύγραμμου αγωγού, είναι πάνω στο οριζόντιο επίπεδο. (Λ)
- Η μαγνητική ροή που διέρχεται από το πλαίσιο μεταβάλλεται στο χρονικό διάστημα 1s-2s. (Σ)
- Στο χρονικό διάστημα 0s-1s στο πλαίσιο εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω επαγωγής. (Λ)
- Το πλαίσιο θα κινηθεί πλησιάζοντας τον αγωγό. (Σ)

Ευθύγραμμος αγωγός ΚΛ μήκους  $L = 1 \text{ m}$ , μάζας  $m$  και αντίστασης  $R = 1 \Omega$  μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές κατά μήκος δύο κατακόρυφων αγωγών Αχ και Γχ' που καταλήγουν στο έδαφος, παραμένοντας οριζόντιος και έχοντας συνεχώς τα άκρα του σε επαφή με τους δύο αγωγούς. Τα άκρα Α και Γ των αγωγών Αχ και Γχ' συνδέονται με αντίσταση  $R_1 = 3 \Omega$ , μέσω διακόπτη Δ. Η όλη διάταξη βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης  $B = 2 \text{ T}$ , το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο των αγωγών. Αρχικά ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος και ο διακόπτης είναι ανοικτός. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αφήνουμε τον αγωγό ΚΛ ελεύθερο να κινηθεί και κάποια χρονική στιγμή κλείνουμε το διακόπτη. Τελικά ο αγωγός φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό σε συνάρτηση με το χρόνο. Αν γνωρίζεται ότι



η θερμότητα που εκλύεται από τον αγωγό στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_2$  είναι ίση με  $1,875 \text{ J}$  καθώς και ότι όταν εκλύεται, εκλύεται με ρυθμό  $6,25 \text{ J/s}$ , να βρείτε:

- Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  ως  $t_2$ .
- Το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στον αγωγό στη διάρκεια του φαινομένου.
- Την μάζα του αγωγού.
- Τις χρονικές στιγμές  $t_1$  και  $t_2$ .



- Την απόσταση που είχε αρχικά ο αγωγός από το έδαφος.
  - Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του αγωγού και της δυναμικής του ενέργειας, ελάχιστα πριν ακουμπήσει στο έδαφος.
  - Να γίνει το διάγραμμα του μέτρου της πολικής τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

### Λύση

α. Από το διάγραμμα της άσκησης παρατηρούμε ότι στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  ως  $t_2$  ο αγωγός διαρρέεται από σταθερό ρεύμα. Για το ρυθμό με τον οποίο εκλύεται θερμότητα από τον αγωγό ισχύει  $P_R = i_{\epsilon\pi}^2 R$  και επειδή δίνεται ότι είναι ίσος με  $6,25 \text{ J/s}$  για το επαγωγικό ρεύμα σε αυτό το χρονικό διάστημα θα ισχύει:

$$P_R = i_{\epsilon\pi}^2 R \Rightarrow i_{\epsilon\pi} = \sqrt{\frac{P_R}{R}} \Rightarrow i_{\epsilon\pi} = 2,5 \text{ A}$$

β. Θερμότητα από τον αγωγό εκλύεται μόνο στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  ως  $t_2$ . Ισχύει:

$$Q = i_{\text{επ}}^2 \cdot R \cdot \Delta t \Rightarrow Q = P_R \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P_R} \Rightarrow \Delta t = 0,3 \text{ s}$$

Επομένως το επαγωγικό φορτίο που μετακινήθηκε στον αγωγό είναι:

$$i_{\text{επ}} = \frac{q_{\text{επ}}}{\Delta t} \Rightarrow q_{\text{επ}} = i_{\text{επ}} \cdot \Delta t = (2,5 \cdot 0,3) \text{ C} \Rightarrow q_{\text{επ}} = 0,75 \text{ C}$$

γ. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι ο αγωγός θα αρχίσει να διαρρέεται από ρεύμα τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Επομένως η χρονική αυτή στιγμή αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη.

Μετά τη χρονική στιγμή  $t_1$  παρατηρούμε ότι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι σταθερή. Για την ένταση του ρεύματος ισχύει:

$$i_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{BvL}{R_{\text{ολ}}}$$

Παρατηρούμε ότι αφού το ρεύμα είναι σταθερό, και η ταχύτητα  $v$  με την οποία κινείται ο αγωγός θα είναι σταθερή.

Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται να είναι ίση με το μηδέν. Και επειδή στον αγωγό ασκούνται το βάρος του και η δύναμη Laplace θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w = F_L \Rightarrow mg = Bi_{\text{επ}}L \Rightarrow m = \frac{Bi_{\text{επ}}L}{g} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 1}{10} \Rightarrow m = 0,5 \text{ kg}$$

δ. Η ταχύτητα του αγωγού τη χρονική στιγμή  $t_1$  θα βρεθεί από τη σχέση υπολογισμού της έντασης του ρεύματος. Είναι:

$$i_{\text{επ}} = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\text{ολ}}} = \frac{B \cdot v_1 \cdot L}{R_{\text{ολ}}} \Rightarrow v_1 = \frac{i_{\text{επ}} \cdot R_{\text{ολ}}}{B \cdot L} = \frac{2,5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \text{ m/s} \Rightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$$

Όμως στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_1$  ο αγωγός κινήθηκε με την επίδραση μόνο του βάρους του, δηλαδή έκανε ελεύθερη πτώση, οπότε για τη χρονική στιγμή  $t_1$  θα ισχύει:

$$v_1 = gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_1}{g} = 0,5 \text{ s}$$

Επίσης η χρονική στιγμή  $t_2$  είναι:  $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0,8 \text{ s}$

ε. Στο χρονικό διάστημα από 0 ως  $t_1$  ο αγωγός εκτέλεσε ελεύθερη πτώση, οπότε μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} gt_1^2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,5^2 \right) \text{ m} \Rightarrow \Delta y_1 = 1,25 \text{ m}$$

Στο χρονικό διάστημα από  $t_1$  ως  $t_2$  ο αγωγός κινήθηκε ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε μετατοπίστηκε κατά:

$$\Delta y_2 = v_1 \cdot \Delta t = 5 \cdot 0,3 \text{ m} \Rightarrow \Delta y_2 = 1,5 \text{ m}$$

Επομένως το συνολικό διάστημα που διένυσε ο αγωγός μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι ίσο με:

$$S = \Delta y_1 + \Delta y_2 = 2,75 \text{ m}$$

στ. Λίγο πριν φτάσει ο αγωγός στο έδαφος κινείται με σταθερή ταχύτητα, οπότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας θα είναι ίσος με το μηδέν:

Άρα:

$$\frac{dK}{dt} = 0$$

Για το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας θα ισχύει:

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{dW_w}{dt} = -mg \frac{dy}{dt} = -mgv = -(0,5 \cdot 10 \cdot 5) \text{ J/s} = -25 \text{ J/s}$$

ζ. Από 0 ως  $t_1$  μπορεί ο αγωγός να μην διαρρέεται από ρεύμα αλλά στα άκρα του εμφανίζεται επαγωγική τάση η οποία είναι ίση με:

$$|V_{\kappa\lambda}| = |E_{\kappa\lambda}| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{B \cdot L \cdot dy}{dt} = BLv = BL(gt) = 20t \text{ (S.I.)}$$

Από  $t_1$  ως  $t_2$  η τάση στα άκρα του αγωγού είναι σταθερή και ίση με:

$$|V_{\kappa\lambda}| = i_{\kappa\lambda} \cdot R_1 = 2,5 \cdot 3 \text{ V} \Rightarrow |V_{\kappa\lambda}| = 7,5 \text{ V}$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά το διάγραμμα του μέτρου της πολικής τάσης που εμφανίζεται στα άκρα του αγωγού σε συνάρτηση με το χρόνο είναι αυτό που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

