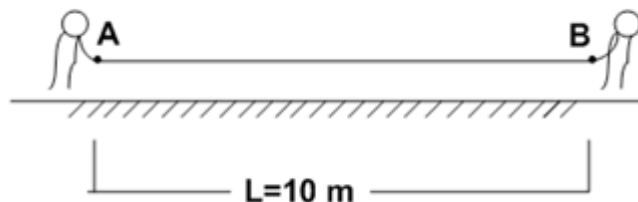


## ΑΣΚΗΣΗ

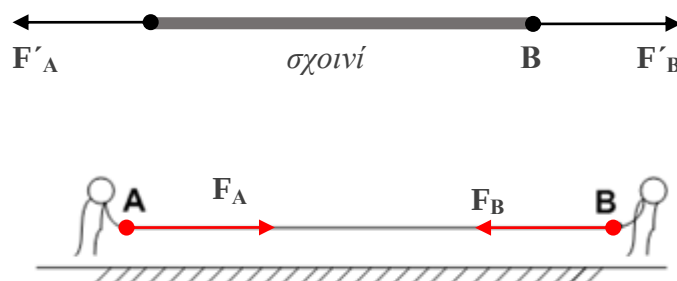
Δύο μαθητές παγοδρόμοι Α και Β, με μάζες αντίστοιχα  $m_1=40\text{Kg}$  και  $m_2=60\text{Kg}$ , κρατούν τις άκρες ενός σχοινιού αμελητέας μάζας. Οι μαθητές στέκονται αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο (παγοδρόμο) απέχοντας μεταξύ τους  $L=10\text{m}$ . Κάποια στιγμή οι μαθητές αρχίζουν να μαζεύουν το σχοινί ασκώντας δύναμη ο ένας στον άλλον, χωρίς να πέσει κανείς από τους δύο.



- i) Να βρείτε ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυνάμεων που ασκεί ο ένας μαθητής στον άλλο μέσω του σχοινιού.
- ii) Αν ελάχιστα πριν τη στιγμή της συνάντησης, ο μαθητής Α έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $v_1=2\text{m/s}$ , ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του μαθητή Β;
- iii) Να βρεθεί η απόσταση που θα έχει διανύσει ο κάθε μαθητής μέχρι τη στιγμή που συναντώνται.
- iv) Αν η δύναμη που ασκεί ο κάθε μαθητής θεωρηθεί σταθερή να βρείτε το μέτρο της καθώς και τη χρονική στιγμή που οι μαθητές συναντώνται.

### Απάντηση

i) Αρχικά θα πρέπει το σχοινί να είναι τεντωμένο για να ασκεί δύναμη στον κάθε παγοδρόμο. Ο μαθητής Α ασκεί μία δύναμη  $F'_A$  στο σχοινί στο σημείο Α και δέχεται από αυτό μία αντίθετη δύναμη  $F_A$  σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, (δράση – αντίδραση). Αντίστοιχα στο σημείο Β ο μαθητής ασκεί στο σχοινί μία δύναμη  $F'_B$  και δέχεται μία  $F_B$  από το σχοινί. Επειδή το σχοινί είναι αβαρές ισχύει:



$$\Sigma \vec{F}_{\sigma\chi} = m \cdot \vec{a}_{\sigma\chi} \xrightarrow{(+)\rightarrow} F'_B - F'_A = m_{\sigma\chi} a_{\sigma\chi} \xrightarrow{m_{\sigma\chi}=0} F'_B = F'_A$$

Και τελικά  $F_A=F_B$ . Δηλ. βλέπουμε ότι το σχοινί ασκεί στους παγοδρόμους δυνάμεις ίσων μέτρων και ο ένας μαθητής μέσω του σχοινιού αλληλεπιδρά με τον άλλο με δυνάμεις ίσων μέτρων.

### ii)

Το σύστημα των μαθητών–σχοινί είναι μονωμένο στον άξονα κίνησης και η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της ορμής στην αρχή και τη στιγμή που συναντώνται οι μαθητές.

$$\vec{P}^{\pi\text{ριν}} = \vec{P}^{\text{μετά}} \xrightarrow{(+)\rightarrow} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow$$

$$40 \cdot 2 - 60 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} \text{ m/s}$$

### iii)

Από τη διατήρηση της ορμής προκύπτει ότι κάθε στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων των μαθητών συνδέονται με τη

$$\text{σχέση } v_1 = \frac{3}{2} v_2$$

$$\vec{P}^{\pi\text{ριν}} = \vec{P}^{\text{μετά}} \xrightarrow{(+)\rightarrow} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} \Rightarrow v_1 = \frac{3 v_2}{2}$$

$$\frac{v_1}{dt} = \frac{3 v_2}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{3 a_2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} a_1 dt^2 = \frac{3}{2} \frac{1}{2} a_2 dt^2$$

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι κάθε στιγμή και η απόσταση που διανύουν οι μαθητές συνδέονται με τη σχέση  $dS_1 = \frac{3dS_2}{2}$ . Τη στιγμή που συναντώνται ισχύει  $\Delta S_1 = 1,5 \cdot \Delta S_2$  και  $\Delta S_1 + \Delta S_2 = 10\text{m}$ .

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει  $\Delta S_1 = 6\text{m}$  και  $\Delta S_2 = 4\text{m}$ .

**iv)**

Θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε εξισώσεις κίνησης. Ας εφαρμόσουμε όμως το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για το μαθητή Α.

$$\begin{aligned} K_{A,\text{τελ}} - K_{A,\text{τελ}} &= W_{FA} \rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_A^2 &= F_A \cdot \Delta S_1 \rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 2^2 &= F_A \cdot 6 \rightarrow F_A = 40/3 \text{ N} \end{aligned}$$

Από το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα στη γενικευμένη του μορφή προκύπτει:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_A &= \frac{d\vec{p}_A}{dt} \xRightarrow{\vec{F}_A = \sigma \tau \alpha \theta} \vec{F}_A = \frac{\Delta \vec{p}_A}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_A = \frac{\vec{p}_{A,\text{τελ}} - \vec{p}_{A,\text{τελ}}}{\Delta t} \xRightarrow{(+)\rightarrow} F_A = \frac{p_{A,\text{τελ}} - 0}{\Delta t} \Rightarrow \\ \Delta t &= \frac{p_{A,\text{τελ}}}{F_A} = \frac{m_A \cdot v_A}{F_A} \Rightarrow \Delta t = 6\text{s} \end{aligned}$$