ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1α. (δ) Α1β. (α)

Α2α. (β) Α2β. (δ)

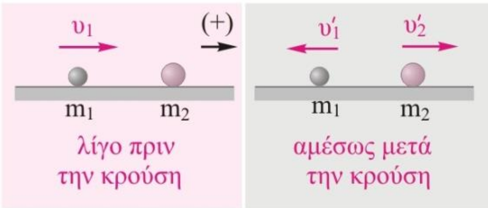
Α3α. (α) Α3β. (β)

Α4α. (γ) Α4β. (δ)

Α5. α.Λ β.Σ γ.Σ δ.Λ ε.Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι η (β).



Η ορμή της σφαίρας $Σ_1$ πριν την κρούση είναι

$$p_1 = m_1υ_1 = m\,υ_1$$

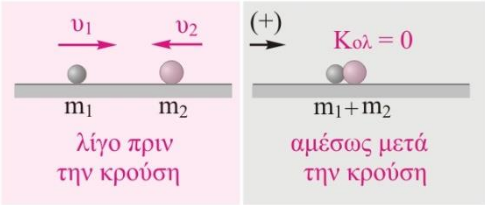
Η ορμή της σφαίρας $Σ_1$ μετά την κρούση είναι

$$p_1' = m_1 \cdot υ_1' = m \cdot \left(\frac{m-2m}{m+2m}\right)υ_1 \quad ή \quad p_1' = -\frac{mυ_1}{3}$$

Το ποσοστό μεταβολής του μέτρου της ορμής της σφαίρας $Σ_1$ είναι

$$Π\% = \frac{|p_1'| - |p_1|}{|p_1|} = \frac{\frac{mυ_1}{3} - mυ_1}{mυ_1}100\% \quad ή \quad Π\% = -\frac{200}{3}\%$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι η (α).



Εφόσον κατά την κρούση όλη η κινητική ενέργεια του συστήματος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, τα σώματα μετά την πλαστική κρούση ακινητοποιήθηκαν.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων.

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα}$$

Ορίζοντας θετικά προς τα δεξιά παίρνουμε:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = 0 \text{ ή } m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } m_2 \cdot \upsilon_2 = 12\,kgm/s \;,(1)$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας, η εκλυόμενη θερμότητα ισούται με την αρχική κινητική ενέργεια των σωμάτων.

$$Q = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\alpha} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 - 0 \text{ ή } 60J = 36J + \frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2 \text{ ή } m_2 \cdot \upsilon_2^2 = 48J \;, (2)$$

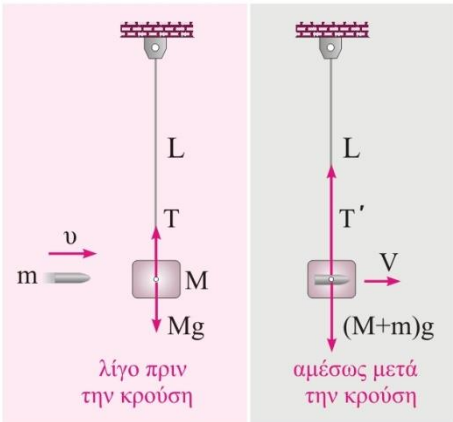
Συνδυάζοντας τις (1), (2) έχουμε

$$m_2 \upsilon_2 \cdot \upsilon_2 = 48J \text{ ή } 12kgm/s \cdot \upsilon_2 = 48J \text{ ή } \upsilon_2 = 4m/s$$

Αντικαθιστώντας στην (1) παίρνουμε m_2=3kg

Β3. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Για το φαινόμενο της πλαστικής κρούσης, εφαρμόζουμε την αρχή της διατήρησης της ορμής στο σύστημα βλήμα-σώμα .



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \text{ ή } m \cdot \upsilon = (M+m)V \text{ ή}$$

$$V = \frac{m \cdot \upsilon}{10m} = \frac{\upsilon}{10} \text{ ή } V = \sqrt{gL} \;, (1)$$

Πριν την ενσφήνωση του βλήματος, η τάση του νήματος έχει μέτρο

T=Mg=9mg

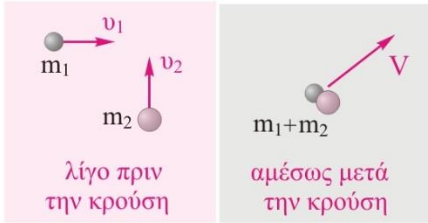
Αμέσως μετά την ενσφήνωση , το συσσωμάτωμα εκτελεί κυκλική τροχιά με την συνισταμένη δύναμη που είναι κάθετη στην κοινή ταχύτητα V να παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης . Επομένως

$$\Sigma F = F_\kappa \Rightarrow T' - (M+m)g = \frac{(M+m)}{L} V^2 \text{ ή } T' = \frac{(M+m)}{L} V^2 + (M+m)g \text{ ή}$$

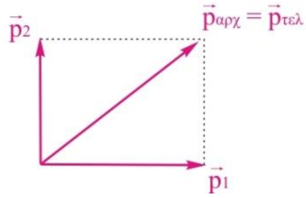
$$T' = \frac{(M+m)}{L} gL + (M+m)g \text{ ή } T' = 2(M+m)g = 20mg$$

ΔΤ=Τ’-Τ=11mg

Β4. Σωστή απάντηση είναι η (α).



Οι αρχικές διευθύνσεις των σωμάτων είναι κάθετες, εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα στο διάγραμμα ορμών του σχήματος προκειμένου να βρούμε το μέτρο της ολικής αρχικής ορμής του συστήματος των δύο σωμάτων.



$$\left|\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right| = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \quad \text{ή} \quad \left|\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right| = \sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2}$$

Η κρούση είναι πλαστική, οπότε η διατήρηση της ορμής γράφεται:

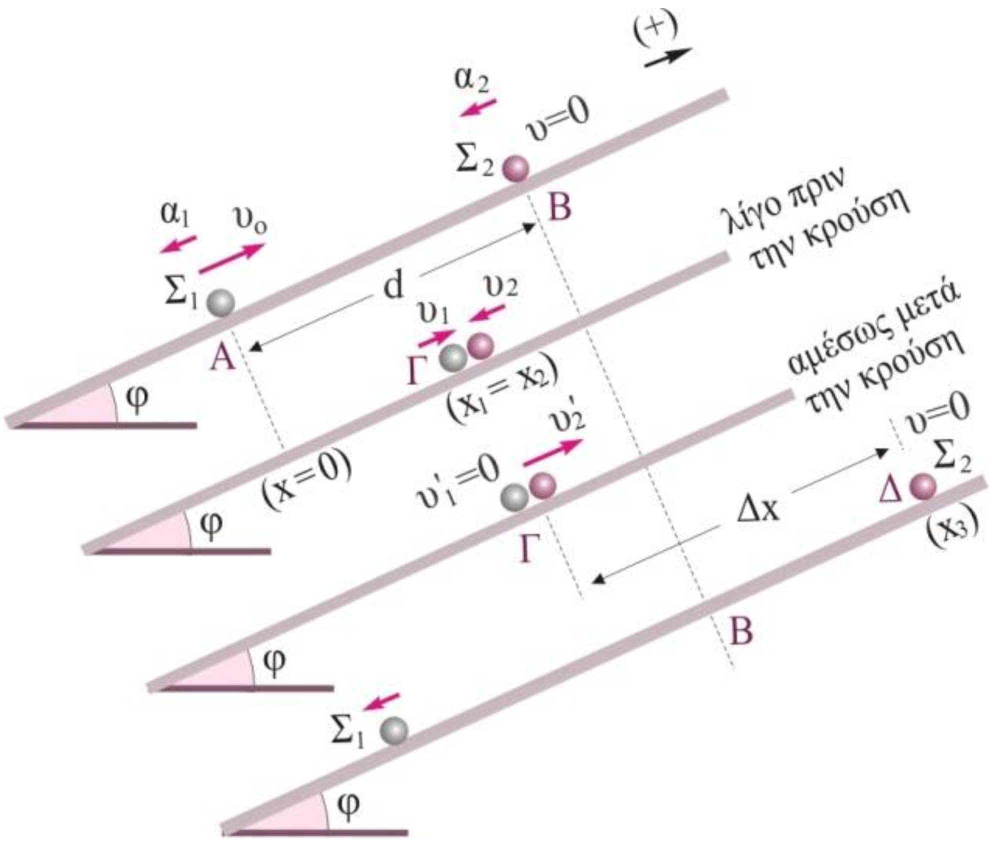
$$\left|\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}\right| = \left|\vec{p}_{\alpha\rho\chi}\right| \Rightarrow (m_1 + m_2)V = \sqrt{(m_1\upsilon_1)^2 + (m_2\upsilon_2)^2}$$

Αντικαθιστούμε στο σύστημα S.I. και υψώνουμε στο τετράγωνο:

$$\left[(m_1 + 3)\cdot 2\right]^2 = (m_1 4)^2 + (3\cdot 2)^2 \Rightarrow 4m_1^2 + 24m_1 + 36 = 16m_1^2 + 36 \Rightarrow m_1 = 2\text{kg}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Θεωρούμε σημείο αναφοράς το σημείο Α (x_A=0) και θετικά προς τα πάνω.

Όταν εκτοξεύσουμε τη σφαίρα $Σ_1$, αυτή θα εκτελέσει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση

$$α_1 = \frac{-m_1 g \cdot ημφ}{m_1} = -g \cdot ημφ \Rightarrow α_1 = -5\frac{m}{s^2}$$

Η ταχύτητα, $υ_1$, και η θέση, x_1, της σφαίρας $Σ_1$ μέχρι την στιγμή της κρούσης δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$υ_1 = 10 - 5\,Δt \quad (SI) \qquad (1), \qquad\qquad x_1 = 10\,Δt - 2,5Δt^2 \quad (SI) \qquad (2)$$

Όταν η σφαίρα $Σ_2$ αφεθεί ελεύθερη, θα εκτελέσει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην αρνητική κατεύθυνση του άξονα κίνησης με επιτάχυνση

$$α_2 = \frac{-m_2 g \cdot ημφ}{m_2} = -g \cdot ημφ \Rightarrow α_2 = -5\frac{m}{s^2}$$

Η ταχύτητα, $υ_2$, και η θέση, x_2, της σφαίρας $Σ_2$ μέχρι την στιγμή της κρούσης δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$υ_2 = -5\,Δt \quad (SI) \qquad (3), \qquad x_2 = d - 2,5Δt^2 \qquad (4)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση, την στιγμή της κρούσης οι δύο σφαίρες έχουν αντίθετες ταχύτητες, οπότε από τις σχέσεις (1) και (3) παίρνουμε:

$$υ_1 = -υ_2 \Rightarrow 10 - 5\,Δt = -(-5\,Δt) \;\Rightarrow\; Δt = 1s$$

Γ2. Όταν τα δύο σώματα συναντιούνται βρίσκονται στην ίδια θέση, οπότε από τις σχέσεις (3) και (4) με αντικατάσταση Δt=1s προκύπτει:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 10\;Δt - 2,5Δt^2 = d - 2,5Δt^2 \Rightarrow 10\frac{m}{s}\cdot 1s = d \Rightarrow d = (AB) = 10m$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) , Δt=1s , βρίσκουμε τη θέση όπου γίνεται η σύγκρουση

$$x_1 = (10\frac{m}{s})\cdot 1s - \frac{1}{2}(5\frac{m}{s^2})(1s)^2 \;\Rightarrow\; x_1 = 7,5m$$

Άρα, η σύγκρουση έγινε σε απόσταση 7,5m από τη θέση Α και 2,5m από τη θέση Β.

Γ3. Η κρούση είναι κεντρική ελαστική. Για τις ταχύτητες των σφαιρών $υ_1$’ και $υ_2$’ μετά την κρούση έχουμε:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = \frac{3kg - 1kg}{3kg + 1kg}5\frac{m}{s} + \frac{2 \cdot 1kg}{3kg + 1kg}(-5)\frac{m}{s} \quad ή \quad \upsilon_1' = 0\frac{m}{s}$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_2 = \frac{2 \cdot 3kg}{3kg + 1kg}5\frac{m}{s} + \frac{1kg - 3kg}{3kg + 1kg}(-5)\frac{m}{s} \quad ή \quad \upsilon_2' = 10\frac{m}{s}$$

Γ4. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το Σ_2 κατά τη μετάβασή του από το θέση Γ μέχρι τη θέση Δ , όπου θα σταματήσει στιγμιαία.

$$K_\Delta - K_\Gamma = W_w \quad ή \quad 0 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = -m_2 g ημφ \cdot \Delta x \quad ή$$

$$\Delta x = \frac{\upsilon_2'^2}{2gημφ} = \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 10\frac{m}{s^2}0,5} \quad ή \quad \Delta x = 10m$$

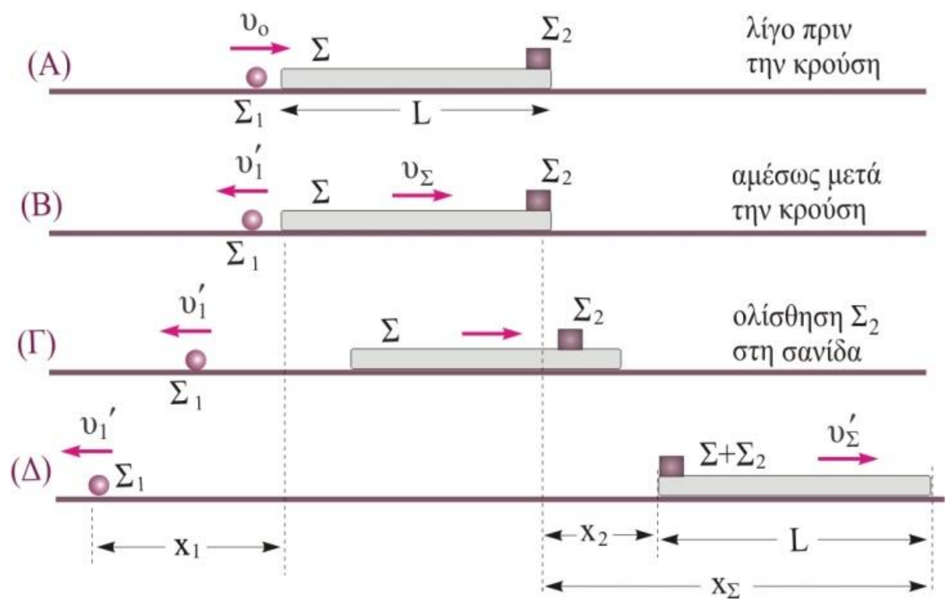
Επομένως όταν το Σ_2 σταματήσει στιγμιαία, θα βρίσκεται στη θέση x_3=17,5m

Η απόσταση (ΒΔ) είναι

(ΒΔ)=x_3-d=17,5m-10m ή (ΒΔ)=7,5m

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με την αρχικά ακίνητη σανίδα μεταφέροντας μέρος της ορμής του σε αυτή. Η κρούση είναι ακαριαία και το σώμα Σ_2 παραμένει ακίνητο, λόγω αδράνειας. Επομένως, στο φαινόμενο της κρούσης του Σ_1 με τη σανίδα, το Σ_2 δεν συμμετέχει.



Η ταχύτητα της σανίδας αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\Sigma = \frac{2m_1}{m_1+M}\upsilon_o = \frac{2\cdot 2kg}{2kg+4kg}7{,}5\frac{m}{s} \quad ή \quad \upsilon_\Sigma = 5\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα του $Σ_1$ αμέσως μετά την κρούση δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_1 = \frac{m_1-M}{m_1+M}\upsilon_o = \frac{2kg-4kg}{2kg+4kg}7{,}5\frac{m}{s} \quad ή \quad \upsilon_1 = -2{,}5\frac{m}{s}$$

Δ2. Με την κίνηση της σανίδας, αναπτύσσεται τριβή ολίσθησης μεταξύ του $Σ_2$ και της σανίδας με αποτέλεσμα η σανίδα να επιβραδύνεται και το $Σ_2$ να επιταχύνεται. Όταν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων γίνουν ίσες , δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ των δύο σωμάτων και το σύστημα Σ-$Σ_2$ κινείται με κοινή ταχύτητα $υ_Σ$’.

Οι δυνάμεις τριβής που αναπτύσσονται μεταξύ σώματος $Σ_2$ και της σανίδας είναι εσωτερικές του συστήματος $Σ_2$ – σανίδα Σ, οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα $Σ_2$ – σανίδα Σ από τη στιγμή που η σανίδα αποκτά ταχύτητα $υ_Σ$ έως τη στιγμή που τα δύο σώματα κινούνται ως ένα σώμα με κοινή ταχύτητα μέτρου $υ_Σ$’.

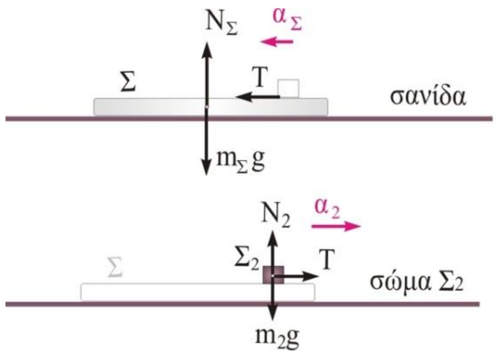
$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα} \quad ή \quad M\cdot\upsilon_\Sigma = (M+m_2)\upsilon'_\Sigma \quad ή \quad \upsilon'_\Sigma = \frac{M\cdot\upsilon_\Sigma}{M+m_2} = \frac{4kg\cdot 5\frac{m}{s}}{5kg} \quad ή \quad \upsilon'_\Sigma = 4\frac{m}{s}$$

Την ίδια ταχύτητα έχει και το $Σ_2$.

Κατά την ελαστική κρούση του $Σ_1$ με την σανίδα δεν έχουμε έκλυση θερμότητας. Η συνολική θερμότητα που παράχθηκε στο παραπάνω φαινόμενο μπορεί να υπολογιστεί αν αφαιρέσουμε από την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος σανίδας - σώμα Σ_2 την τελική κινητική του ενέργεια , όταν κινούνται σαν ένα σώμα.

$$Q=\frac{1}{2}M\cdot\upsilon^2_{\Sigma}-\frac{1}{2}(M+m_2)\upsilon'^2_{\Sigma}=\frac{1}{2}4\text{kg}\cdot\left(5\frac{m}{s}\right)^2-\frac{1}{2}5\text{kg}\left(4\frac{m}{s}\right)^2 \quad \text{ή} \quad Q=10\text{J}$$

Δ3. Η δύναμη που ασκείται στη σανίδα και την επιβραδύνει είναι η τριβή ολίσθησης. Επομένως όταν η ταχύτητα της σανίδας είναι υ, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής της ενέργειας είναι



$$\frac{dK}{dt}=\frac{dW_T}{dt}=\frac{-T\cdot dx}{dt} \quad \text{ή} \quad \frac{dK}{dt}=-T\cdot\upsilon \quad , \ (1)$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι

$$T=\mu N_2=\mu m_2 g=0,4\cdot 1\text{kg}\cdot 10\frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad T=4\text{N}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) έχουμε $\frac{dK}{dt}=-4\text{N}\cdot 4,5\frac{m}{s}=-18\frac{J}{s}$

Δ4. Θεωρούμε ότι το Σ_2 σταματά σε σχέση με τη σανίδα όταν φτάσει στο άλλο άκρο της (δες σχήμα θέση Δ). Τη στιγμή αυτή η σανίδα έχει διανύσει διάστημα x_Σ ενώ το σώμα Σ_2 διάστημα x_2
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το Σ_2 από την στιγμή που ξεκινά (θέση Β) μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα υ_Σ’ (θέση Δ).

$$\frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_{\Sigma}-0=T\cdot x_2 \quad \text{ή} \quad x_2=\frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon'^2_{\Sigma}}{T}=\frac{0,5\cdot 1\text{kg}\cdot\left(4\frac{m}{s}\right)^2}{4\text{N}} \quad \text{ή} \quad x_2=2\text{m}$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη σανίδα από την στιγμή που έχει ταχύτητα υ_Σ (θέση Β) μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα υ_Σ’ (θέση Δ).

$$\frac{1}{2}M\upsilon'^2_{\Sigma}-\frac{1}{2}M\upsilon^2_{\Sigma}=-T\cdot\left(L+x_2\right) \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}4\text{kg}\left(4\frac{m}{s}\right)^2-\frac{1}{2}4\text{kg}\left(5\frac{m}{s}\right)^2=-4\text{N}\cdot\left(L+2\text{m}\right) \quad \text{ή}$$

$$-18\text{J}=-4\text{N}\cdot\left(L+2\text{m}\right) \quad \text{ή} \quad -4,5\text{m}=L+2\text{m} \quad \text{ή} \quad L=2,5\text{m}$$

Δ5. Την στιγμή που το σώμα $Σ_2$ θα αποκτήσει κοινή ταχύτητα με τη σανίδα (θέση Δ), τα σώματα $Σ_1$, $Σ_2$ απέχουν μεταξύ τους s που είναι ίσο με :

$$s = |x_1| + L + x_2 \Rightarrow s = |x_1| + 2{,}5m + 2m \Rightarrow s = |x_1| + 4{,}5m \qquad \textbf{(2)}$$

Η κίνηση του $Σ_1$ μετά την κρούση είναι ισοταχής. Για τον υπολογισμό του x_1, αρκεί να βρούμε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη χρονική στιγμή που η σανίδα και το σώμα $Σ_2$ αποκτούν κοινή ταχύτητα. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα $Σ_2$ παίρνουμε:

$$\Sigma F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta p_2}{\Sigma F_2} = \frac{m_2\,\upsilon'_\Sigma - 0}{T} \Rightarrow \Delta t = \frac{1kg \cdot 4\frac{m}{s}}{4N} \Rightarrow \Delta t = 1s$$

Οπότε: $|x_1| = |\upsilon'_1|\Delta t = \left|-2{,}5\frac{m}{s}\right| 1s \Rightarrow |x_1| = 2{,}5m$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) προκύπτει: s=7m

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί.**

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό.**