

ΦΥΣΙΚΗ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

1^o ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5) - ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

1. δ.
2. β.
3. δ.
4. γ.
5. α.Λ, β.Λ, γ.Σ, δ.Λ, ε.Σ.

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Τα παιδιά πριν αρχίζουν να τραβούν το σχοινί είναι ακίνητα, άρα η συνολική ορμή τους αρχικά είναι μηδέν. Όταν αυτά αγκαλιαστούν, η συνολική ορμή του συστήματος είναι $\vec{p}_{\text{oλ. (τελ.)}} = (m_A + m_B) \vec{V}_k$ (1). Το σύστημα - παιδιά - πατίνια σχοινί είναι ένα μονωμένο σύστημα, άρα η συνολική του ορμή διατηρείται σταθερή και ίση με μηδέν. Για να συμβαίνει αυτό, όπως προκύπτει από τη σχέση (1), πρέπει $\vec{V}_k = 0$. Άρα το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ακίνητο.

B2. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Έχουμε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το ένα αρχικά είναι ακίνητο, οπότε οι ταχύτητές τους μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Τα σώματα μετά την κρούση θα κινηθούν σε αντίθετες κατευθύνσεις. Όπως προκύπτει από τις πιο πάνω σχέσεις το σώμα Σ_2 θα έχει ίδια φορά με αυτή που είχε πριν την κρούση το Σ_1 . Συνεπώς για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων θα ισχύει:

$$-v'_1 = 2v'_2 \Rightarrow -\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = 2 \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

$$\text{Από όπου προκύπτει: } -m_1 + m_2 = 4m_1 \Rightarrow m_2 = 5m_1 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

B3. Σωστή απάντηση είναι η (α).

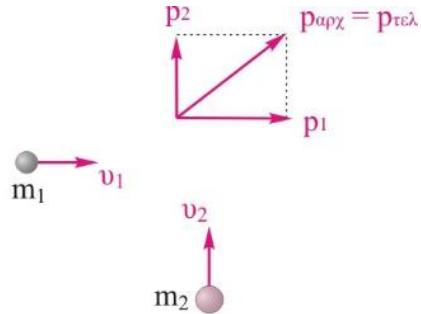
Η παραγόμενη θερμότητα είναι ίση με τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$Q = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m(3v)^2 - \frac{1}{2}(m + m)V^2 \Rightarrow \\ Q = \frac{10}{2}mv^2 - \frac{2}{2}mV^2 \quad (1)$$

όπου V , η κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος, που είναι και το μόνο άγνωστο μέγεθος.

Εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής για την κρούση:

$$\vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} = \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \text{ η οποία για τα μέτρα δίνει} \\ p_{\tau\epsilon\lambda} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \quad (2)$$



Όπου: $p_1 = m_1v_1 = mv$, $p_2 = m_2v$.

Αντικαθιστώντας στην (2) παίρνουμε:

$$p_{\tau\epsilon\lambda} = \sqrt{(mv)^2 + (m3v)^2} = mv\sqrt{10} \\ p_{\tau\epsilon\lambda} = (m + m)V \Rightarrow V = \frac{mv\sqrt{10}}{2m} \Rightarrow V = \sqrt{2,5}v$$

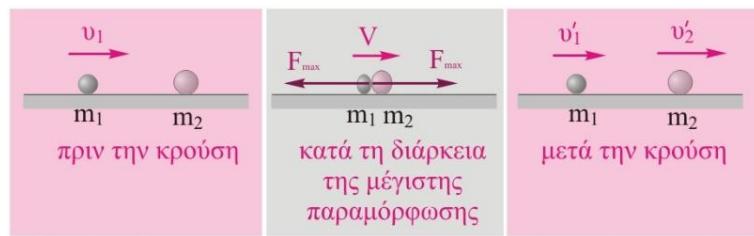
Με αντικατάσταση στη σχέση (1), προκύπτει:

$$Q = \frac{10}{2}mv^2 - \frac{2}{2}m2,5v^2 \Rightarrow Q = \frac{5}{2}mv^2$$

B4. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η δυναμική ενέργεια ελαστικής παραμόρφωσης μεγιστοποιείται όταν οι δυνάμεις επαφής μεταξύ των δύο σωμάτων έχουν το μέγιστο μέτρο και τα σώματα έχουν ίδιες ταχύτητες. Σε όλη τη διάρκεια της κρούσης οι αναπτυσσόμενες δυνάμεις επαφής είναι εσωτερικές, οπότε το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής μεταξύ της θέσης ελάχιστα πριν την κρούση και τη θέσης που τα σώματα έχουν ίδιες ταχύτητες.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$$



Παίρνοντας τα θετικά προς τα δεξιά η σχέση αλγεβρικά γράφεται:

$$p_{\alpha\rho\chi} = p_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad m_1 v_1 = m_1 V + m_2 V \quad \text{ή} \quad V = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Επειδή η κρούση είναι ελαστική, η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή στη διάρκεια του φαινομένου.

Η διατήρηση της E_{MHX} μεταξύ των δύο θέσεων δίνει:

$$E_{\text{MHX}(\alpha\rho\chi)} = E_{\text{MHX}(\text{τελ})} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + U_{\varepsilon\lambda(\text{max})} \quad (2)$$

$$\text{Σύμφωνα με την εκφώνηση } U_{\varepsilon\lambda(\text{max})} = \frac{64}{100} K_1$$

Έτσι η (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{64}{100} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Rightarrow \frac{36}{100} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2$$

Η τελευταία σχέση σε συνδυασμό με τη σχέση (1) δίνει:

$$\frac{36}{100} \cdot \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{36}{100} m_1 = \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$100 m_1 = 36(m_1 + m_2) \quad \text{ή} \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{16}$$

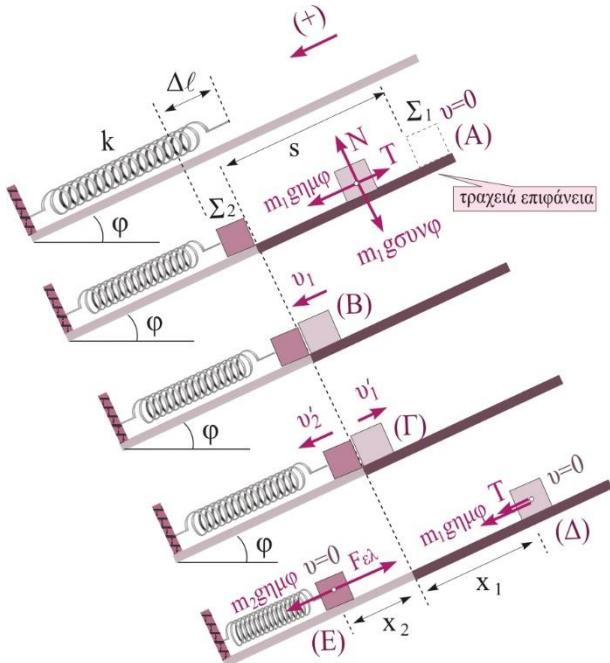
ΘΕΜΑ Γ

Στο θέμα συναντάμε τα εξής φαινόμενα:

- Ισορροπία σώματος, του Σ_2 .
- Κίνηση του σώματος Σ_1 σε τραχύ πλάγιο επίπεδο.
- Κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το ένα είναι ακίνητο.

-Κίνηση του σώματος Σ_2 σε λείο πλάγιο επίπεδο, και κίνηση του σώματος Σ_1 σε τραχύ πλάγιο επίπεδο.

Γ1. Για την κίνηση του σώματος Σ_1 στο τραχύ πλάγιο επίπεδο εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας από τη θέση (A) που ελευθερώνεται, μέχρι τη θέση (B) λίγο πριν την κρούση. Καθώς το Σ_1 κατέρχεται η κινητική του ενέργεια μεταβάλλεται λόγω του έργου που προκαλούν η συνιστώσα του βάρους $m_1 g \eta \varphi$ και η τριβή ολίσθησης T , η οποία έχει μέτρο $T = \mu N = \mu m_1 g s \nu \varphi$.



$$K_B - K_A = W_{W(A \rightarrow B)} + W_{T(A \rightarrow B)} \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 - 0 = m_1 g \eta \varphi \cdot s - \mu \cdot m_1 g s \nu \varphi \cdot s \quad \text{ή} \quad v_1 = \sqrt{2gs(\eta \varphi - \mu s \nu \varphi)} \quad \text{ή}$$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 4m(0,6 - 0,5 \cdot 0,8)} \quad \text{ή} \quad v_1 = 4 \frac{m}{s}$$

Γ2. Έχουμε κεντρική ελαστική κρούση δύο σωμάτων από τα οποία το Σ_2 είναι ακίνητο, επομένως οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση δίνονται από τις σχέσεις:

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad , \quad (1) \quad v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad , \quad (2)$$

Για την εύρεση της μάζας m_2 εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας του Σ_2 , πριν την κρούση, όταν αυτό ισορροπεί με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά $\Delta\ell$.

$$\sum F = 0 \quad \text{ή} \quad m_2 g \eta \varphi - k \cdot \Delta\ell = 0 \quad \text{ή} \quad m_2 = \frac{k \cdot \Delta\ell}{g \eta \varphi} = \frac{120 \frac{N}{m} \cdot 0,15m}{10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,6} \quad \text{ή} \quad m_2 = 3kg$$

Αντικαθιστώντας στις (1), (2) παίρνουμε

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{1\text{kg} - 3\text{kg}}{1\text{kg} + 3\text{kg}} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ή} \quad v'_1 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 = \frac{2\text{kg}}{1\text{kg} + 3\text{kg}} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{ή} \quad v'_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Γ3. Μετά την κρούση το σώμα Σ_2 κινείται σε πλάγιο επίπεδο υπό την επίδραση των δυνάμεων της συνιστώσας του βάρους $m_2 g$ και της $F_{\text{ελ}}$.

Εφαρμόζουμε το Θ.Ε.Ε. για το Σ_2 από τη θέση (Γ) μέχρι τη θέση (E).

$$\begin{aligned} K_E - K_\Gamma &= W_{W(\Gamma \rightarrow E)} + W_{F_{\text{ελ}}(\Gamma \rightarrow E)} \quad \text{ή} \quad 0 - \frac{1}{2} m_2 v'_2^2 = m_2 g \eta \mu \cdot x_2 + \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 - \frac{1}{2} k (\Delta \ell + x_2)^2 \quad \text{ή} \\ -\frac{1}{2} m_2 v'_2^2 &= m_2 g \eta \mu \cdot x_2 + \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 - \frac{1}{2} k \Delta \ell^2 - k \Delta \ell x_2 - \frac{1}{2} k x_2^2 \quad \text{ή} \\ -m_2 v'_2^2 &= 2 m_2 g \eta \mu \cdot x_2 - 2 k \Delta \ell x_2 - k x_2^2 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση όπου $m_2 g \eta \mu = k \cdot \Delta \ell$ (συνθήκη ισορροπίας του Σ_2 πριν την κρούση) έχουμε:

$$m_2 v'_2^2 = k x_2^2 \quad \text{ή} \quad x_2 = v'_2 \sqrt{\frac{m_2}{k}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\frac{3\text{kg}}{120 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} \quad \text{ή} \quad x_2 = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{m}$$

Γ4. Μετά την κρούση, το Σ_1 ανέρχεται στο πλάγιο επίπεδο επιβραδυνόμενο μέχρι να σταματήσει. Στο σώμα ασκούνται η συνιστώσα του βάρους και η τριβή ολίσθησης, τα μέτρα των οποίων είναι σταθερά, άρα η κίνηση του Σ_1 είναι ομαλά επιβραδυνόμενη. Θα βρούμε το χρόνο κίνησής του στο πλάγιο επίπεδο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κινηματικής.

Εύρεση του μέτρου της επιτάχυνσης του Σ_1 :

$$|\alpha_1| = \frac{|\Sigma F|}{m_1} = \frac{m_1 g \eta \mu + \mu m_1 g \sin \varphi}{m_1} \quad \text{ή} \quad |\alpha_1| = g(\eta \mu + \mu \sin \varphi) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας παίρνουμε:

$$v = |v'_1| - |\alpha_1| t \quad \text{ή} \quad t = \frac{|v'_1|}{|\alpha_1|} = \frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \quad \text{ή} \quad t = 0,2 \text{s}$$

Γ5. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στο άξονα κίνησης. Όταν το σώμα Σ_2 σταματήσει στιγμιαία, προκαλεί τη μέγιστη συμπίεση στο ελατήριο και δέχεται αυτό (το σώμα Σ_2) στον άξονα κίνησης δύο δυνάμεις, την $F_{\text{ελ}}$ και τη συνιστώσα του βάρους του.

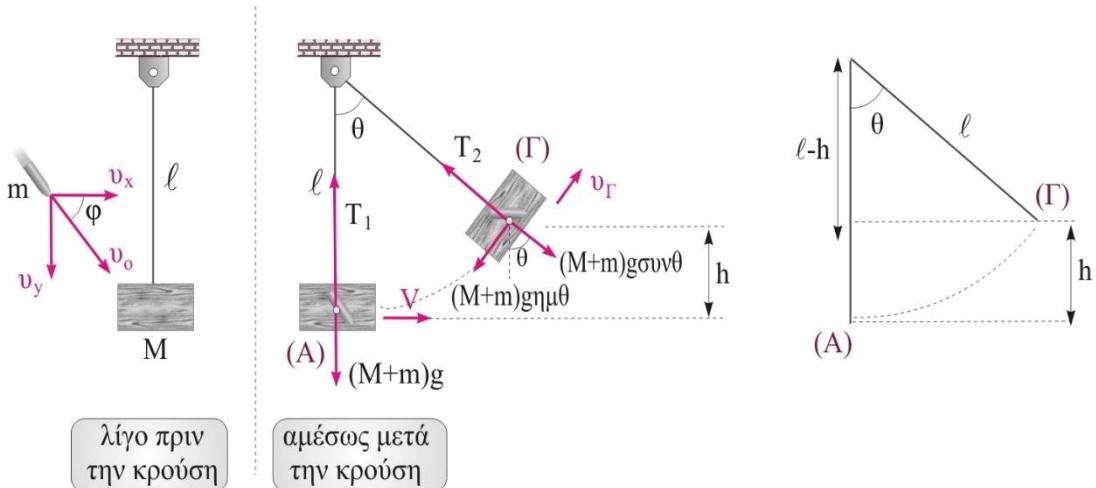
$$\left| \frac{dp}{dt} \right| = |\Sigma F| = |k(\Delta\ell + x_2) - m_2 g \cdot \eta \mu \phi| = |k\Delta\ell + kx_2 - m_2 g \cdot \eta \mu \phi| = |kx_2| \quad \text{ή}$$

$$\left| \frac{dp}{dt} \right| = 120 \frac{N}{m} \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} m \quad \text{ή} \quad \left| \frac{dp}{dt} \right| = 12\sqrt{10} \text{ kgm/s}^2$$

ΘΕΜΑ Δ

Στο θέμα συναντάμε κατά χρονική σειρά τα εξής φαινόμενα:

- Ισορροπία σώματος που κρέμεται από νήμα.
- Πλάγια πλαστική κρούση βλήματος με το ακίνητο σώμα.
- Διαγραφή κυκλικής τροχιάς στο κατακόρυφο επίπεδο από ένα σώμα που είναι δεμένο σε νήμα.



Δ1. Η αρχική ορμή του βλήματος αναλύεται σε δύο κάθετους άξονες. Η ορμή του συστήματος των M και τη διατηρείται μόνο στον οριζόντιο άξονα καθώς στον κατακόρυφο άξονα το νήμα δεν επιτρέπει στο συσσωμάτωμα να κινηθεί προς τα κάτω, δηλαδή στον κατακόρυφο άξονα το σύστημα δεν είναι μονωμένο.

Η εφαρμογή της αρχής διατήρησης της ορμής στον οριζόντιο άξονα για το σύστημα έλαχιστα πριν και αμέσως μετά την ενσφήνωση του βλήματος στο ξύλο δίνει:

$$p_{x\text{πριν}} = p_{x\text{μετά}} \quad \text{ή} \quad m v_o \sin \varphi = (M+m) V \quad \text{ή}$$

$$V = \frac{m v_o \sin \varphi}{M+m} = \frac{0,1 \text{ kg} \cdot 160 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5}{2 \text{ kg}} \quad \text{ή} \quad V = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δ2. Το ποσοστό μετατροπής της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος σε θερμότητα είναι :

$$\Pi\% = \frac{Q}{K_{\beta\lambda}} 100\% = \frac{K_{\beta\lambda(\text{πριν})} - K_{\text{σωσ}}}{K_{\beta\lambda(\text{πριν})}} 100\% = \frac{\frac{1}{2}mv_o^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2}{\frac{1}{2}mv_o^2} 100\% \quad \text{ή}$$

$$\Pi\% = \frac{0,1\text{kg} \cdot \left(160 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2\text{kg} \cdot \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,1\text{kg} \cdot \left(160 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} 100\% \quad \text{ή} \quad \Pi\% = 98,75\%$$

Δ3. Αφού το βλήμα σφηνωθεί στο σώμα δημιουργείται συσσωμάτωμα που εκτελεί κυκλική τροχιά. Έτσι, σε κάθε θέση της κυκλικής τροχιάς η συνισταμένη των δυνάμεων που βρίσκονται στην διεύθυνση της ακτίνας του κύκλου δημιουργούν την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.

Στη θέση (Α), αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα V , άρα για τη συνισταμένη των δυνάμεων που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\text{κεν}} = \frac{(M+m)V^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T_1 - (M+m)g = \frac{(M+m)V^2}{\ell} \quad \text{ή}$$

$$T_1 = \frac{(M+m)V^2}{\ell} + (M+m)g = \frac{2\text{kg} \cdot \left(4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0,4\text{m}} + 20\text{N} \quad \text{ή} \quad T_1 = 100\text{N}$$

Άρα, στη θέση (Γ) που το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο, η τάση του νήματος είναι $T_2=50\text{N}$.

Στη θέση (Γ) για τη συνισταμένη των δυνάμεων που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\text{κεν}} = \frac{(M+m)v_\Gamma^2}{\ell} \quad \text{ή} \quad T_2 - (M+m)g \cdot \sin\theta = \frac{(M+m)v_\Gamma^2}{\ell} \quad \text{ή}$$

$$50 - 20 \cdot \sin\theta = 5v_\Gamma^2 \quad \text{ή} \quad 10 - 4 \cdot \sin\theta = v_\Gamma^2 , \quad (1)$$

Κατά την κίνηση του συσσωματώματος από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Γ) στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις του βάρους και της τάσης του νήματος. Η τάση του νήματος επειδή είναι διαρκώς κάθετη στην μετατόπιση δεν παράγει έργο. Εφαρμόζουμε το Θ.Ε.Ε. για το συσσωμάτωμα από τη θέση (Α) μέχρι τη θέση (Γ).

$$K_{\Gamma} - K_A = W_B + W_T \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}(M+m)v_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2}(M+m)V^2 = -(M+m)gh \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}v_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2}V^2 = -g\ell(1-\sigma v\vartheta) \quad \text{ή} \quad v_{\Gamma}^2 - 16 = -8(1-\sigma v\vartheta) \quad , \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) παίρνουμε

$$10 - 4\sigma v\vartheta - 16 = -8(1-\sigma v\vartheta) \Rightarrow \sigma v\vartheta = \frac{1}{6}$$

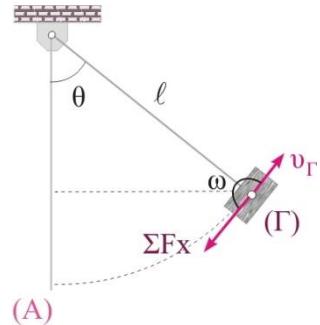
Δ4. Μετά την κρούση, η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται σταθερή, καθώς η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι η δύναμη του βάρους. Επομένως

$$E_{MHX} = K + U_{\beta\alpha\rho} = \sigma t a \vartheta \cdot \text{ή} \quad dU_{\beta\alpha\rho} + dK = 0 \quad \text{ή} \quad \frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = - \frac{dK}{dt} = - \frac{\sum F_x \cdot dx \cdot \sigma v \omega}{dt} \quad \text{ή}$$

$$\frac{dU}{dt} = - \sum F \cdot v_{\Gamma} \cdot \sigma v \omega$$

Όπου ω είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της ΣF_x και της ταχύτητας v_{Γ} στην εφαπτομενική διεύθυνση της κυκλικής τροχιάς, εδώ $\omega = 180^\circ$.

Τη στιγμή που το νήμα σχηματίζει γωνία θ με την κατακόρυφο, ο ρυθμός μεταβολής της βαρυτικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση



$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = - \sum F_x \cdot v_{\Gamma} \cdot \sigma v \cdot 180^\circ = -(M+m)g \cdot \eta \mu \theta \cdot v_{\Gamma} \cdot \sigma v \cdot 180^\circ \quad \text{ή}$$

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{dt} = (M+m)g \cdot \eta \mu \theta \cdot v_{\Gamma} \quad , \quad (3)$$

Από την (1) με αντικατάσταση του συνθ βρίσκουμε την ταχύτητα v_{Γ} .

$$v_{\Gamma} = \sqrt{10 - 4 \cdot \sigma v \vartheta} = \sqrt{10 - 4 \cdot \frac{1}{6} \frac{m}{s}} \Rightarrow v_{\Gamma} = \sqrt{\frac{56}{6} \frac{m}{s}}$$

Επίσης από τη σχέση $\eta \mu^2 \vartheta + \sigma v^2 \vartheta = 1$ βρίσκουμε το $\eta \mu \theta$.

$$\eta \mu \vartheta = \sqrt{1 - \sigma v^2 \vartheta} = \sqrt{1 - \frac{1}{36}} = \sqrt{\frac{35}{36}}$$

Αντικαθιστώντας στην (3) έχουμε

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{\Delta t} = (M+m)g \cdot \eta\mu\vartheta \cdot v_\Gamma = 20N \cdot \sqrt{\frac{35}{36}} \cdot \sqrt{\frac{56}{6}} \frac{m}{s} = \frac{20}{6} \sqrt{\frac{980}{3}} \frac{J}{s} \quad \text{ή}$$

$$\frac{dU_{\beta\alpha\rho}}{\Delta t} = 60 \frac{J}{s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας είναι θετικός. Αυτό είναι αναμενόμενο, αφού το σώμα ανεβαίνοντας αυξάνει τη δυναμική βαρυτική του ενέργεια.

Η εκπόνηση του διαγωνίσματος έγινε με τη βοήθεια Εθελοντών Εκπαιδευτικών:

Τα θέματα επιμελήθηκαν οι **Ιστάπολος Βασίλειος και Ποντικός Ηλίας, Φυσικοί**.

Ο επιστημονικός έλεγχος πραγματοποιήθηκε από τον **Παλόγο Αντώνιο, Φυσικό**.