

ΑΣΚΗΣΗ 1

Λύση

α. Η μετατόπιση είναι διανυσματικό μέγεθος, οπότε για να έχουν τα σώματα ίσες μετατοπίσεις, θα πρέπει το κινητό Β να βρίσκεται πάνω στην ευθεία $x'x$ (αφού εκεί κινείται το σώμα Α). Εφόσον ξεκίνησαν από το ίδιο σημείο τα δύο κινητά όταν θα έχουν ίσες μετατοπίσεις θα έχουν συναντηθεί. Αυτό μπορεί να συμβεί μόνο στο αντιδιαμετρικό σημείο από την αρχή Ο. Η ακτίνα του κύκλου είναι ίση με $R = x_1$ οπότε για το κινητό Α έχουμε:

$$v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2R}{t_1 - t_0} = \frac{20 \text{ m}}{5 \text{ s}} \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s.}$$

β. Εφόσον η συνάντηση έγινε στο αντιδιαμετρικό του Ο σημείο, το κινητό Β θα έχει εκτελέσει ημιακέραιο αριθμό περιστροφών, άρα:

$$v_2 = \frac{\Delta s_2}{\Delta t} = \frac{\pi R + N2\pi R}{t_1 - t_0} \Rightarrow v_2 = \frac{\pi R + N2\pi R}{t_1} \Rightarrow N = \frac{v_2 t_1 - \pi R}{2\pi R} \Rightarrow N = \frac{50\pi - 10\pi}{20\pi} \Rightarrow N = 2.$$

Άρα το κινητό Β έχει κάνει **2,5 περιστροφές**.

γ. Την χρονική στιγμή $t_2 = \frac{2N+1}{4}T$ το σώμα Β θα βρίσκεται στην θέση $(10 \text{ m}, \pm 10 \text{ m})$ ενώ το σώμα Α θα βρίσκεται στη θέση $(x_A, 0)$.

Η απόσταση των δύο κινητών είναι:

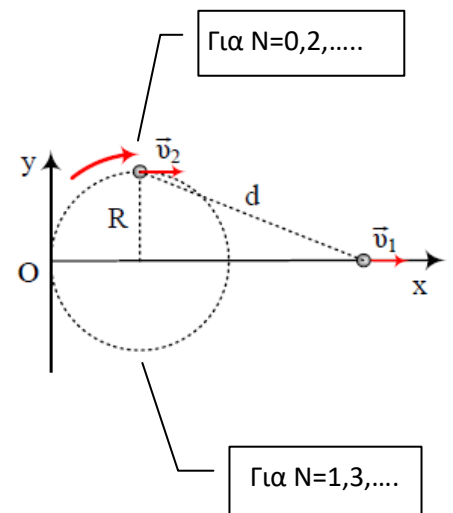
$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \Rightarrow x_A = x_B + \sqrt{d^2 - (y_A - y_B)^2} \Rightarrow$$

$$x_A = 10 \text{ m} + \sqrt{26^2 - 10^2} \text{ m} \Rightarrow x_A = 34 \text{ m.}$$

$$\text{Αλλά } x_A = v_1 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x_A}{v_1} \Rightarrow t_2 = \frac{34}{4} \text{ s} \Rightarrow t_2 = 8,5 \text{ s.}$$

Η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα του Σ_2 στον ίδιο χρόνο είναι:

$$\theta = \omega_2 t_2 = \frac{v_2}{R} t_2 \Rightarrow \theta = \frac{10\pi}{10} 8,5 \text{ rad} \Rightarrow \theta = 8,5\pi \text{ rad.}$$



ΑΣΚΗΣΗ 2

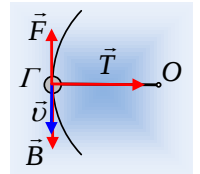
Απάντηση:

- i) Στη διάρκεια της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου, η ταχύτητά του παραμένει σταθερή κατά μέτρο, αλλά η διεύθυνσή της αλλάζει. Συνεπώς το σφαιρίδιο επιταχύνεται, η επιτάχυνσή του λέγεται κεντρομόλος, με κατεύθυνση προς το κέντρο O της τροχιάς και με μέτρο:

$$\alpha_k = \frac{v^2}{R} = \frac{4^2}{0,8} m/s^2 = 20 m/s^2.$$

Η επιτάχυνση αυτή διατηρεί σταθερό το μέτρο της, σε κάθε θέση, **δεν είναι** όμως σταθερή, αφού αλλάζει διεύθυνσή της, παραμένοντας πάντα πάνω στην ακτίνα του κύκλου και με φορά προς το κέντρο.

- ii) α) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σφαιρίδιο, στην θέση Γ, όπου Β το βάρος και Τ η τάση του νήματος.



- β) Από τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha_k \rightarrow T = m \cdot \alpha_k \quad (1)$$

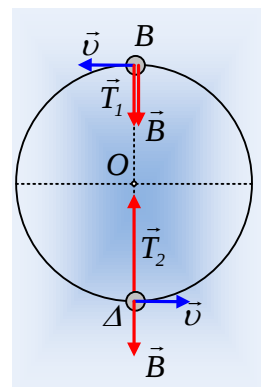
$$\Sigma F_y = m \cdot \alpha_y \rightarrow F - mg = m \cdot \alpha_y \quad (2)$$

Όπου α_k και α_y η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της επιτάχυνσης του σφαιριδίου. Αλλά η μόνη επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση είναι η κεντρομόλος, όπου εδώ ταυτίζεται με την α_k , οπότε $\alpha_y = 0$ και από την (2) παίρνουμε:

$$F = B = mg = 0,4 \cdot 10 N = 4 N$$

$$\text{Ενώ } T = m \cdot \alpha_k = 0,4 \cdot 20 N = 8 N.$$

- iii) Με βάση τα προηγούμενα, στις θέσεις Β και Δ, όπου το σφαιρίδιο έχει οριζόντια ταχύτητα, η επιτάχυνση (κεντρομόλος) είναι κατακόρυφη, οπότε δεν απαιτείται η άσκηση οριζόντιας δύναμης F, η οποία, αν ασκείτο, θα προκαλούσε και οριζόντια επιτάχυνση!



- α) Έτσι και για τις δύο αυτές θέσεις $F = 0$.

- β) Για την θέση Β:

$$\Sigma F_y = m \cdot \alpha_k \rightarrow T_1 + B = m \cdot \alpha_k \rightarrow$$

$$T_1 = m \cdot \alpha_k - mg = 0,4 \cdot 20 N - 0,4 \cdot 10 N = 4 N.$$

Για τη θέση Δ:

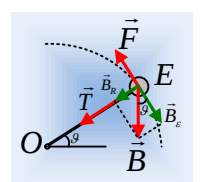
$$\Sigma F_y = m \cdot \alpha_k \rightarrow T_2 - B = m \cdot \alpha_k \rightarrow$$

$$T_2 = m \cdot \alpha_k + mg = 0,4 \cdot 20 N + 0,4 \cdot 10 N = 12 N.$$

- iv) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις στο σφαιρίδιο, στη θέση Ε. Αναλύοντας το βάρος σε μια εφαπτομενική συνιστώσα B_e και μια ακτινική B_R , έχουμε:

$$B_e = B \cdot \sin \theta = mg \cdot \sin \theta = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 N = 3,2 N \text{ και}$$

$$B_R = B \cdot \eta \mu \theta = mg \cdot \eta \mu \theta = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,6 N = 2,4 N.$$



- α) Το σφαιρίδιο δεν έχει ξανά επιτάχυνση στη διεύθυνση της ακτίνας, οπότε:

$$\Sigma F_{\varepsilon}=0 \rightarrow F=B_{\varepsilon}=3,2N.$$

β) Στη διεύθυνση της ακτίνας εξάλλου έχουμε:

$$\Sigma F_R=F_K \rightarrow T+B_R=m \cdot \alpha_K \rightarrow$$

$$T_{\varepsilon}=T=m \cdot \alpha_K-B_R=0,4 \cdot 20N-2,4N=5,6N.$$

ν) Το σφαιρίδιο στη θέση E, βρίσκεται σε ύψος h, από το Ε.Μ.Δ.Ε. όπου $h=R \cdot \eta\mu\theta$, οπότε:

α) η δυναμική του ενέργεια είναι ίση:

$$U=mgh=mgR \cdot \eta\mu\theta \quad (3)$$

$$U=0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 0,6J=1,92J.$$

Ενώ ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια, μέσω του έργου της δύναμης F, είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης, δηλαδή:

$$\frac{dW_F}{dt} = P_F = Fv = 3,2 \cdot 4J/s = 12,8J/s$$

Βλέπουμε δηλαδή, ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος, αυξάνεται με ρυθμό ίσο με το ρυθμό που μεταφέρεται ενέργεια στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης, πράγμα αναμενόμενο, αφού η κινητική ενέργεια του σώματος παραμένει σταθερή.

β) Αν το σώμα περνά τη στιγμή $t=0$ από τη θέση A, τότε στην τυχαία θέση, έστω στο E, φτάνει τη στιγμή t, έχοντας η επιβατική του ακτίνα διαγράψει, γωνία θ , ίση με:

$$\vartheta=\omega \cdot t=\frac{v}{R} t=\frac{4}{0,8} t=5t \quad (\text{μονάδες στο S.I.})$$

Αλλά τότε η δυναμική του ενέργεια παρέχεται από την σχέση (3):

$$U=mgR \cdot \eta\mu\vartheta=0,4 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot \eta\mu(5t)=3,2 \cdot \eta\mu(5t) \quad (\text{S.I.})$$

