

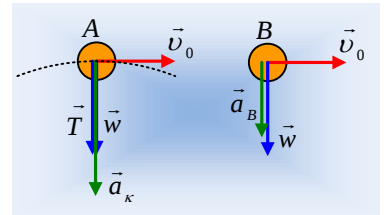
ΑΣΚΗΣΗ 1

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες. Το βάρος και η τάση T του νήματος στην Α σφαίρα.

Η σφαίρα Α έχει κεντρομόλο επιτάχυνση, με κατεύθυνση προς το κέντρο Ο (άρα κατακόρυφη) μέτρου:

$$a_{\kappa\epsilon\nu\tau} = \frac{v_0^2}{R} = \frac{5^2}{1,25} m/s^2 = 20 m/s^2$$



Η σφαίρα Β, λόγω βάρους, αποκτά κατακόρυφη επιτάχυνση $a_B = g = 10 m/s^2$.

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την Α σφαίρα στη θέση Μ παίρνουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a \rightarrow T + w = m \cdot a_{\kappa} \rightarrow$$

$$T = m a_{\kappa} - mg = 0,2 \cdot 20N - 0,2 \cdot 10N = 2N$$

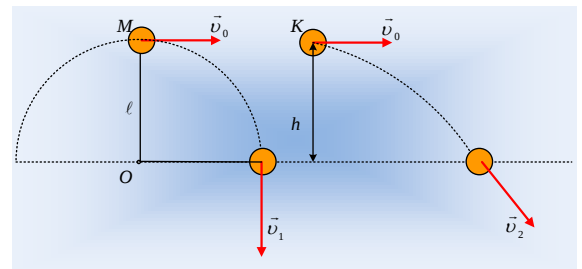
- ii) Κατά την κίνηση και των δύο σφαιρών από τις αρχικές θέσεις Μ και Κ, μέχρι να φτάσουν στο οριζόντιο επίπεδο που περνά από το Ο, μετατοπιζόμενες κατακόρυφα κατά $h = \ell$, η μόνη δύναμη που παράγει έργο, είναι το βάρος, δύναμη συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Έτσι ορίζοντας το οριζόντιο επίπεδο που περνά από το κέντρο Ο, ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, παίρνουμε:

$$E_{\mu\eta\chi. \alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi. \tau\epsilon\lambda} \rightarrow$$

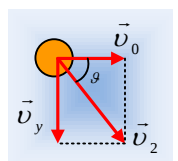
$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2} m v_{\tau\epsilon\lambda}^2 + 0 \rightarrow$$

$$v_1 = v_2 = v_{\tau\epsilon\lambda} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \rightarrow$$

$$v_1 = v_2 = \sqrt{5^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1,25} m/s = 5\sqrt{2} m/s$$



Η ταχύτητα της πρώτης σφαίρας είναι κατακόρυφη, ως εφαπτόμενη του κύκλου, ενώ για την ταχύτητα της Β, αυτή προκύπτει ως το διανυσματικό άθροισμα μιας οριζόντιας συνιστώσας, ίσης με $\vec{v}_0$ και της κατακόρυφης v_y . Αλλά τότε η διεύθυνσή της σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ , όπου

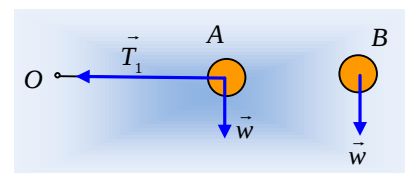


$$\sin \theta = \frac{v_0}{v_2} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Η ταχύτητα δηλαδή της Β σφαίρας σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση.

- iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στις δυο σφαίρες, όπου το βάρος έχει μέτρο $w = mg = 0,2 \cdot 10N = 2N$, ενώ η τάση του νήματος T_1 «παίζει το ρόλο» της κεντρομόλου, οπότε έχει μέτρο:

$$T_1 = m \frac{v_1^2}{R} = 0,2 \frac{(5\sqrt{2})^2}{1,25} N = 8N$$



Απάντηση

α) Η σταγόνα εκτελεί οριζόντια βολή και για να φτάσει στο έδαφος

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} \Leftrightarrow t = \sqrt{0,16} \Leftrightarrow t = 0,4s$$

Όμως $v_0 = \frac{x}{t} \Leftrightarrow v_0 = \frac{1,6}{0,4} \Leftrightarrow v_0 = 4m/s$. Αυτό είναι και το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας του τροχού.

$$\text{Από τη σχέση } v_0 = \omega R \Leftrightarrow \omega = \frac{v_0}{R} \Leftrightarrow \omega = \frac{4}{0,5} \Leftrightarrow \omega = 8rad/s$$

β) Αν υποθέσουμε ότι ο τροχός δε γλιστράει στο έδαφος, σε μια περιστροφή του τροχού, η απόσταση που θα διανύσει ο ποδηλάτης είναι όσο το μήκος της περιφέρειας του τροχού δηλαδή

$$s_1 = 2\pi R = 2\pi \cdot 0,5 = \pi m.$$

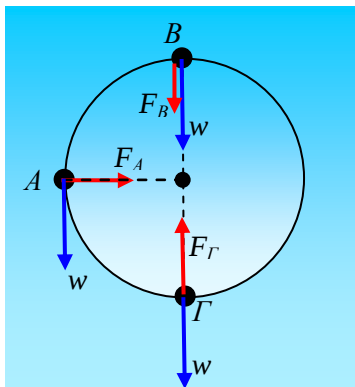
Η επίκεντρη γωνία που στρέφεται ο τροχός σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 10min = 600s$ είναι

$$\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = 8 \cdot 600 = 4800rad$$

$$\text{Ο αριθμός των στροφών είναι } N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{4800}{2\pi} = \frac{2400}{\pi}$$

Το συνολικό διάστημα θα είναι

$$s = N \cdot s_1 = \frac{2400}{\pi} \cdot \pi = 2400m = 2,4km$$



γ) Σε κάθε περίπτωση, η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση της ακτίνας, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

i) Θέση Α

$$\begin{aligned} \Sigma F_R = F_\kappa &\Leftrightarrow F_A = m\omega^2 R \\ &\Leftrightarrow F_A = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 64 \cdot 0,5 \Leftrightarrow F_A = 9,6 \cdot 10^{-3} N \end{aligned}$$

ii) Θέση Β

$$\begin{aligned} \Sigma F_R = F_\kappa &\Leftrightarrow F_B + w = m\omega^2 R \\ &\Leftrightarrow F_B = m\omega^2 R - mg \Leftrightarrow \\ F_B &= 9,6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Leftrightarrow \\ F_B &= 9,6 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow F_B = 6,6 \cdot 10^{-3} N \end{aligned}$$

iii) Θέση Γ

$$\begin{aligned} \Sigma F_R = F_\kappa &\Leftrightarrow F_B - w = m\omega^2 R \\ &\Leftrightarrow F_B = m\omega^2 R + mg \Leftrightarrow \\ F &= 9,6 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \Leftrightarrow \\ F &= 9,6 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow F = 12,6 \cdot 10^{-3} N \end{aligned}$$

Σχόλια

1) Παρατηρούμε ότι μεγαλύτερη δύναμη συνάφειας απαιτείται στην κατώτερη θέση Γ. Άρα εκεί μια σταγόνα έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να αποκολληθεί.

2) Στη θέση Α η σταγόνα έχει σταθερό μέτρο ταχύτητας, άρα πρέπει να ασκείται και μια εφαπτομενική συνιστώσα F_ψ της δύναμης συνάφειας αντίθετη από το βάρος ώστε $\Sigma F_\psi = 0$ ή $F_\psi = w$.

