

ΑΣΚΗΣΗ 1

Απάντηση: Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις : Το βάρος w και η τάση T του νήματος (Η τάση μεταβάλλεται συνέχεια κατά την κίνηση του σώματος, αλλά είναι πάντα κάθετη στη μετατόπιση γιατί έχει τη κατεύθυνση της ακτίνας, άρα δεν εκτελεί έργο).

Επειδή η μόνη δύναμη που εκτελεί έργο στο σώμα είναι το βάρος, η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Αν θεωρήσουμε σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την κατώτερη θέση του σώματος έχουμε :

$$E_{(A)} = E_{(Γ)} \text{ άρα } K_A + U_A = K_Γ + U_Γ \text{ ή } 0 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \text{ άρα } v = \sqrt{2gh} \text{ ❶}$$

Υπολογισμός της υψομετρικής διαφοράς :

Από το τρίγωνο ΟΑΔ το τμήμα ΟΔ είναι : $ΟΔ = ΑΟ \cdot \sin\theta$ επομένως $ΟΔ = \ell \cdot \sin\theta$.

Για το h είναι : $h = ΟΓ - ΟΔ$ άρα $h = \ell - \ell \cdot \sin\theta$ ή $h = \ell \cdot (1 - \sin\theta)$ ❷

Από τις σχέσεις ❶ και ❷ έχουμε : $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \ell \cdot (1 - \sin\theta)}$ ή $v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,4 \cdot (1 - 0,5)}$ ή $v = 2 \text{ m/s}$.

*** Υπολογισμός της τάσης του νήματος :

Η συνισταμένη των δυνάμεων στο κατώτερο σημείο της τροχιάς είναι η κεντρομόλος δύναμη άρα $\Sigma F_R = F_k$ και σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο της κίνησης έχουμε : $T - w = m \frac{v^2}{\ell}$ άρα $T = mg + m \frac{v^2}{\ell}$ ή

$$T = mg + m \frac{2g\ell(1 - \sin\theta)}{\ell} \text{ ή } T = mg + 2mg - 2mg\sin\theta \text{ ή } T = 3mg - 2mg\sin\theta \text{ ή } T = mg(3 - 2\sin\theta) \text{ άρα}$$

$$T = 1 \cdot 10 \cdot (3 - 2 \cdot 0,5) \text{ ή } T = 20 \text{ N}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Απάντηση: α. Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς όπως φαίνεται στο σχήμα ασκούνται οι δυνάμεις : το βάρος B και η δύναμη από το νήμα T . Επειδή το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση έχουμε :

$$\Sigma F_k = m a_k \Rightarrow w + T = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(w + T)R}{m}} .$$

Η ταχύτητα v γίνεται ελάχιστη όταν η T γίνει ελάχιστη δηλαδή όταν $T = 0$. άρα $v = \sqrt{\frac{(mg + 0)R}{m}} \Rightarrow$

$$v = \sqrt{\frac{mgR}{m}} \Rightarrow v = \sqrt{gR} \Rightarrow v = \sqrt{10 \cdot 0,9} \Rightarrow \mathbf{v = 3 \text{ m/s}} .$$

β. Αρκεί να υπολογίσουμε την ταχύτητα v_0 που πρέπει να δώσουμε στο σώμα, ώστε να φτάσει στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του με ταχύτητα $v = 3 \text{ m/s}$.

Η κίνηση του σώματος είναι κυκλική αλλά όχι ομαλή (ούτε ομαλά μεταβαλλόμενη). Επομένως ο υπολογισμός μπορεί να γίνει μόνο ενεργειακά.

Εφαρμόζουμε την Θ.Ε.Ε. ανάμεσα στις στις 2 θέσεις (στο σώμα παράγει έργο μόνο το βάρος).

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{\text{ολ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -mg \cdot 2\ell \Rightarrow v_0^2 = v^2 + 4g\ell \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{v^2 + 4g\ell} \xrightarrow{\text{S.I.}} v_0 = \sqrt{3^2 + 4 \cdot 10 \cdot 0,9} \text{ m/s} \Rightarrow v_0 = \sqrt{45} \Rightarrow v_0 \approx 6,7 \text{ m/s}$$