

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ-1 (ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ) ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Β

A.

Τσουλήθρα (1)

Το παιδί φτάνει στο κατώτερο σημείο της τσουλήθρας (1) με ταχύτητα

$$v_1 = \sqrt{2gx}$$

Στη συνέχεια η κίνηση του παιδιού είναι οριζόντια βολή και πέφτει στην πισίνα μετά από χρόνο

$$t_1 = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}$$

Το βεληνεκές θα είναι :

$$s_1 = \sqrt{2gx} \cdot \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}} \Rightarrow s_1 = 2\sqrt{x(h-x)}$$

Τσουλήθρα (2)

Το παιδί φτάνει στο κατώτερο σημείο της τσουλήθρας (1) με ταχύτητα

$$v_1 = \sqrt{2g(h-x)}$$

Στη συνέχεια η κίνηση του παιδιού είναι οριζόντια βολή και πέφτει στην πισίνα μετά από χρόνο

$$t_1 = \sqrt{\frac{2x}{g}}$$

Το βεληνεκές θα είναι :

$$s_1 = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}} \cdot \sqrt{2gx} \Rightarrow s_2 = 2\sqrt{x(h-x)}$$

Παρατηρούμε ότι: $s_1 = s_2 \Rightarrow \text{Σωστή η } (\gamma)$

B. Έστω R η ζητούμενη ακτίνα

Η ταχύτητα του παιδιού στη βάση της τσουλήθρας θα είναι :

$$v = \sqrt{2gR}$$

Στη συνέχεια η κίνηση του παιδιού είναι οριζόντια βολή και πέφτει στην πισίνα μετά από χρόνο

$$t_k = \sqrt{\frac{2(h-R)}{g}}$$

Το βεληνεκές είναι :

$$s = \sqrt{2gR} \cdot \sqrt{\frac{2(h-R)}{g}} \Rightarrow s = 2\sqrt{R(h-R)} \quad (3)$$

Οι παράγοντες R και $(h-R)$ έχουν σταθερό άθροισμα έτσι το γινόμενο τους γίνεται μέγιστο όταν γίνουν ίσοι:

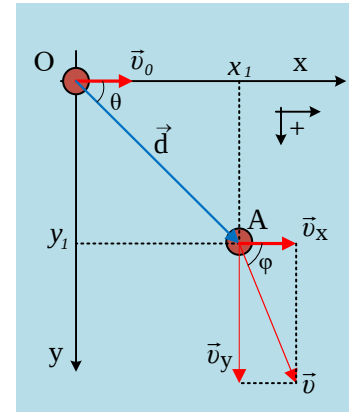
$$s = \max \text{ όταν } R = h - R \Rightarrow 2R = h \Rightarrow R = \frac{h}{2}$$

ΑΣΚΗΣΗ

Απάντηση:

Θεωρώντας την κίνηση της μπάλας σύνθετη, μια ευθύγραμμη ομαλή στην οριζόντια διεύθυνση και μια ελεύθερη πτώση στην κατακόρυφη και παίρνοντας το σημείο Ο ως αρχή των αξόνων x και y, με τον προσανατολισμό που δείχνεται στο σχήμα, έχουμε τις εξισώσεις:

Άξονας x	Άξονας y
$v_x = v_0 \quad (1)$	$v_y = a \cdot t = gt \quad (3)$
$x = v_0 \cdot t \quad (2)$	$y = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (4)$



i) Για την μεταβολή της ταχύτητας της μπάλας στο χρονικό διάστημα $0-t_1$ έχουμε:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_0 \rightarrow \begin{cases} \Delta v_x = v_x - v_0 = 0 \text{ και} \\ \Delta v_y = v_y - 0 = v_y = gt = 10 \cdot 2 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} \end{cases}$$

Η μεταβολή δηλαδή της ταχύτητας είναι ένα διάνυσμα κατακόρυφο, με φορά προς τα κάτω και μέτρο $\Delta v = 20 \text{ m/s}$, πράγμα αναμενόμενο, αφού μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση μεταβάλλεται η ταχύτητα.

Η αντίστοιχη μεταβολή της κινητικής ενέργειας, είναι:

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_1 - K_0 = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m (v_y^2 + v_0^2) - \frac{1}{2} m v_0^2 \rightarrow \\ \Delta K &= \frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} m (gt)^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot (10 \cdot 2)^2 J = 100 J \end{aligned}$$

ii) Η μετατόπιση της μπάλας από τη στιγμή $t_0=0$, έως τη στιγμή $t_1=2\text{s}$ είναι το διάνυσμα $\vec{d}$, το οποίο ξεκινά από τη θέση Ο και καταλήγει στη θέση Α. Με αντικατάσταση στην (4) βρίσκουμε την κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας:

$$y_1 = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \text{ m} = 20 \text{ m}$$

Και από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$\begin{aligned} d^2 &= x_1^2 + y_1^2 \rightarrow \\ x_1 &= \sqrt{d^2 - y_1^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} \text{ m} = 15 \text{ m} \end{aligned}$$

Αλλά τότε με αντικατάσταση στην (2) βρίσκουμε:

$$x_1 = v_o t_1 \rightarrow v_o = \frac{x_1}{t_1} = \frac{15}{2} m/s = 7,5 m/s$$

Έτσι η κινητική ενέργεια στην θέση Α είναι ίση:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m (v_y^2 + v_o^2) = \frac{1}{2} m ((gt)^2 + v_o^2) \rightarrow$$

$$K_1 = \frac{1}{2} 0,5 (20^2 + 7,5^2) J \approx 114 J$$

iii) Για την γωνία θ , (βλέπε σχήμα) την οποία σχηματίζει το διάνυσμα της μετατόπισης με την οριζόντια διεύθυνση, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{y_1}{x_1} = \frac{20m}{15m} = \frac{4}{3}$$

Ενώ για την αντίστοιχη γωνία ϕ , που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια διεύθυνση, έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\phi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{20}{7,5} = \frac{8}{3}$$

Σχόλιο

Από τα αποτελέσματα του iii) ερωτήματος, προκύπτει ότι η ταχύτητα δεν έχει την διεύθυνση της μετατόπισης, παρότι η ταχύτητα υπολογίζεται από την εξίσωση:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης.

Θα πρέπει να τονισθεί ότι η παραπάνω ταχύτητα είναι στιγμιαία και έχει πράγματι την κατεύθυνση της αντίστοιχης μετατόπισης $d\vec{s}$, η οποία πραγματοποιείται σε χρόνο dt , όπως φαίνεται στο σχήμα.

