

ΑΣΚΗΣΗ 1

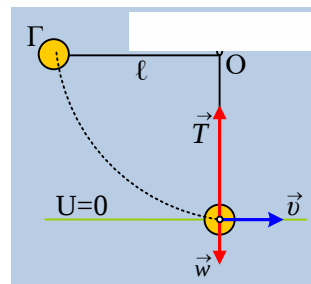
Απάντηση:

- i) Από την διατήρηση της ορμής για την κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων, θεωρώντας την προς τα δεξιά κατεύθυνση ως θετική, παίρνουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\nu} = \vec{P}_{\mu\epsilon\tau} \rightarrow$$

$$mv_o = M \cdot V + mv_1 \rightarrow$$

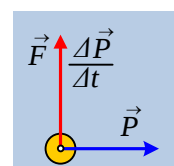
$$V = \frac{m}{M}(v_o - v_1) = \frac{0,1}{2}(100 - 40) \frac{m}{s} = 3 \text{ m/s}.$$



- ii) Για την μεταβολή της ορμής του βλήματος, έχουμε:

$$\Delta \vec{P}_1 = \vec{P}_1 - \vec{P}_o \rightarrow$$

$$\Delta P_1 = mv_1 - mv_o = 0,1(40 - 100) \frac{kgm}{s} = -6 \text{ kgm/s}$$



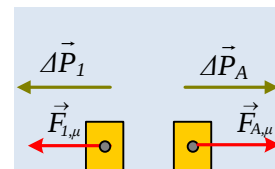
- iii) Ο μέσος ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος A είναι:

$$\left(\frac{\Delta P}{\Delta t}\right)_\mu = \frac{P_\tau - P_\alpha}{\Delta t} = \frac{MV - 0}{\Delta t} = \frac{2 \cdot 3}{0,2} \text{ kg} \cdot \frac{m}{s^2} = 30 \text{ kg} \cdot m/s^2.$$

Αλλά από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα, ο παραπάνω ρυθμός είναι ίσος και με τη συνισταμένη δύναμη που ασκήθηκε από το βλήμα στο σώμα A:

$$\left(\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}\right)_\mu = \sum \vec{F}_\mu \rightarrow$$

$$F_\mu = 30N$$



- iv) Θεωρούμε το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την κατώτερη θέση της σφαίρας, ως επίπεδο μηδενικής ενέργειας και εφαρμόζοντας την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας από την θέση Γ, μέχρι τη θέση που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, παίρνουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow$$

$$Mg\ell = \frac{1}{2} Mu^2 \rightarrow$$

$$u = \sqrt{2g\ell} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,45} \frac{m}{s} = 3 \text{ m/s}.$$

Αλλά τότε η σφαίρα έχει ορμή οριζόντια με φορά προς τα δεξιά (ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα) με μέτρο:

$$P = Mu = 2 \cdot 3 \text{ kg} \cdot m/s = 6 \text{ kg} \cdot m/s$$

Ενώ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής, είναι ίσος με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη σφαίρα, όπου αυτή είναι η συνισταμένη του βάρους και της τάσης του νήματος, δεν είναι άλλη από την κεντρομόλο δύναμη. Θα έχουμε δηλαδή:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F_{\kappa\epsilon\nu\tau} = M \frac{v^2}{R} = 2 \frac{3^2}{0,45} \text{ kg} \cdot m/s^2 = 40 \text{ kg} \cdot m/s^2.$$

Λύση

α. Για την κίνηση του σώματος Σ₂ μέχρι τη στιγμή της κρούσης ισχύει:

$$\Sigma F_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow -w_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta p_2 = -w_2 \cdot \Delta t = -m_2 g(t_1 - 0) \Rightarrow \Delta p_2 = -4 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Σχόλιο: Το μείον δηλώνει ότι η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ₂ έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη θετική φορά που ορίσαμε αυθαίρετα προς τα πάνω.

β. Η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E_{\text{απωλ}} = K_{\text{ολ,αρχ}} - K_{\text{ολ,τελ}} = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{\kappa}^2 \right)$$

Για να είναι η απώλεια ενέργειας μέγιστη θα πρέπει $K_{\text{ολ,τελ}} = 0$, δηλαδή το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση να μην έχει ταχύτητα. Το σώμα Σ₁ εκτελεί ελεύθερη πτώση και μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 που γίνεται η κρούση έχει διανύσει απόσταση:

$$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 = 0,2 \text{ m}$$

Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,6 \text{ s}$ κινούμενο για χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1 = 0,4 \text{ s}$. Στο χρονικό αυτό διάστημα μετατοπίζεται κατά $\Delta y = 1 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 0,8 \text{ m}$. Και επειδή κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του η μετατόπισή του θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$\Delta y = v_{\kappa} \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει:

$$0,8 = v_{\kappa} \cdot 0,4 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,4^2 \Rightarrow v_{\kappa} = 0$$

Δηλαδή το συσσωμάτωμα αμέσως μετά τη δημιουργία του δεν έχει ταχύτητα και επομένως η **απώλεια ενέργειας κατά την κρούση είναι μέγιστη**.

γ. Η ταχύτητα του σώματος Σ₁ ελάχιστα πριν την κρούση είναι:

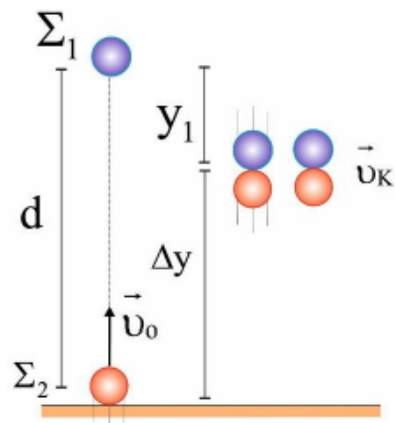
$$v_1 = g t_1 = 2 \text{ m/s}$$

Το σώμα Σ₂ πριν την κρούση διένυσε απόσταση $\Delta y = 0,8 \text{ m}$. Ισχύει:

$$\Delta y = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow 0,8 = v_0 \cdot 0,2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,2^2 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

Η ταχύτητα του σώματος Σ₂ ελάχιστα πριν την κρούση είναι:

$$v_2 = v_0 - g t_1 = 3 \text{ m/s}$$



Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση και με δεδομένο ότι $v_k = 0$ προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0 \Rightarrow m_1 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0 \Rightarrow m_1 = 3 \text{ kg}$$

Η απώλεια ενέργειας λόγω της κρούσης θα είναι:

$$E_{απωλ} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} = \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) - 0 = \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \right) \text{ J} \Rightarrow E_{απωλ} = \mathbf{15 \text{ J}}$$

δ. Για την κίνηση του συσσωματώματος μετά την κρούση ισχύει:

$$\left| \frac{\Delta p_{\text{συσσ}}}{\Delta t} \right| = |\Sigma F| = (w_1 + w_2) \Rightarrow \left| \frac{\Delta p_{\text{συσσ}}}{\Delta t} \right| = 50 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$$