

ΑΣΚΗΣΗ 1

Λύση

α. Θεωρούμε θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση κίνησης του βλήματος.

Στο σύστημα βλήμα – πυροβόλο οι εξωτερικές δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής : $\vec{p}_{ολ,τελ} = \vec{p}_{ολ,αρχ}$. Η αρχική ορμή του συστήματος είναι ίση με μηδέν ενώ η τελική είναι το άθροισμα των ορμών του βλήματος και του πυροβόλου. Άρα $\vec{p}_{βλ} + \vec{p}_{πυρ} = 0$ ή $m \cdot u_0 - M \cdot v = 0$ ή

$$m \cdot u_0 = M \cdot v \text{ άρα } v = \frac{m \cdot u_0}{M} \text{ ή } v = \frac{5 \text{ kg} \cdot 800 \text{ m/s}}{2000 \text{ kg}} \text{ άρα } v = 2 \text{ m/s}.$$

β. Στο πυροβόλο ασκούνται οι δυνάμεις: Βάρος w , κάθετη αντίδραση από το δάπεδο N και τριβή T .
Στον άξονα y : $\Sigma F_y = 0$ άρα $N - w = 0$ άρα $N = M \cdot g$ ή $N = 2000 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2$ άρα $N = 20000 \text{ N}$. Αλλά $T = \mu \cdot N$ ή $T = 0,4 \cdot 20000 \text{ N}$ άρα $T = 8000 \text{ N}$.

Η επιτάχυνση του πυροβόλου είναι $a = -\frac{T}{M}$ ή $a = -\frac{8000 \text{ N}}{2000 \text{ kg}}$ άρα $a = -4 \text{ m/s}^2$. Όταν σταματάει $v = 0$ άρα

$$0 = v + a \cdot t \text{ ή } t = -\frac{v}{a} \text{ άρα } t = \frac{2 \text{ m/s}}{4 \text{ m/s}^2} \text{ άρα } t = 0,5 \text{ s}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Λύση

α. Η ορμή του συστήματος είναι : $\vec{p}_{ολ} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ ή $p_{ολ} = m_1 u_1 + m_2 u_2$ άρα $p_{ολ} = 1 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s} + 4 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s}$ άρα $p_{ολ} = 50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε : $\vec{p}_{ολ,τελ} = \vec{p}_{ολ,αρχ}$ ή

$$(m_1 + m_2) \cdot u = p_{ολ} \text{ ή } u = \frac{p_{ολ}}{m_1 + m_2} \text{ άρα } u = \frac{50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{1 \text{ kg} + 4 \text{ kg}} \text{ άρα } u = 10 \text{ m/s}.$$

β. Για το m_1 είναι : $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1,τελ} - \vec{p}_{1,αρχ}$ άρα $\Delta p_1 = m_1 u - m_1 u_1$ ή $\Delta p_1 = 1 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s} - 1 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s}$ επομένως $\Delta p_1 = -20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

Για το m_2 είναι : $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2,τελ} - \vec{p}_{2,αρχ}$ άρα $\Delta p_2 = m_2 u - m_2 u_2$ ή $\Delta p_2 = 4 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s} - 4 \text{ kg} \cdot 5 \text{ m/s}$ επομένως $\Delta p_2 = 20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$.

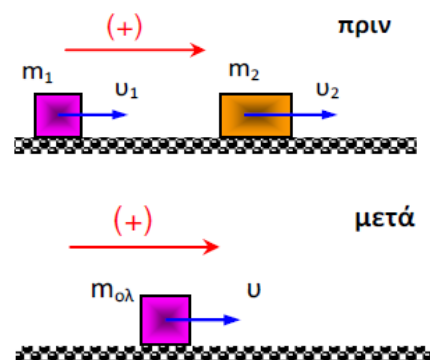
Παρατηρούμε ότι οι μεταβολές των ορμών είναι αντίθετες, όπως επιβάλλει η Α.Δ.Ο.

γ. Η δύναμη που ασκεί το σώμα m_1 στο σώμα m_2 (εσωτερική δύναμη, αντίδραση της δύναμης που ασκεί το σώμα m_2 στο σώμα m_1) είναι υπεύθυνη για την μεταβολή της ορμής του σώματος m_2 άρα $F_{12} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t}$ ή

$$F_{12} = \frac{20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,01 \text{ s}} \text{ άρα } F_{12} = 2000 \text{ N}.$$

Η δύναμη που ασκεί το σώμα m_2 στο σώμα m_1 (εσωτερική δύναμη, αντίδραση της δύναμης που ασκεί το σώμα m_1 στο σώμα m_2) είναι υπεύθυνη για την μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 άρα $F_{21} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$ ή

$$F_{21} = \frac{-20 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,01 \text{ s}} \text{ άρα } F_{21} = -2000 \text{ N}.$$



δ. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα u είναι $K = \frac{1}{2}mu^2$. Η απώλεια κινητικής ενέργειας στην κρούση είναι : $\Delta K = K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}$ άρα $\Delta K = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 - \left(\frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \right)$ επομένως $\Delta K = \frac{1}{2}(1\text{ kg} + 4\text{ kg})(10\text{ m/s})^2 - \left(\frac{1}{2}1\text{ kg} \cdot (30\text{ m/s})^2 + \frac{1}{2}4\text{ kg} \cdot (5\text{ m/s})^2 \right)$ ή $\Delta K = 250\text{ J} - 500\text{ J}$ άρα $\Delta K = -250\text{ J}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Λύση



α. Στο σύστημα βλήμα – κιβώτιο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής : $\vec{p}_{ολ,τελ} = \vec{p}_{ολ,αρχ}$ ή $m_1 \cdot u'_1 + m_2 \cdot u_2 = m_1 \cdot u_1$ άρα $m_2 \cdot u_2 = m_1 \cdot u_1 - m_1 \cdot u'_1$ επομένως

$$u_2 = \frac{m_1 \cdot (u_1 - u'_1)}{m_2} \text{ ή } u_2 = \frac{0,2\text{ kg} \cdot (500\text{ m/s} - 200\text{ m/s})}{5\text{ kg}} \text{ άρα } u_2 = 12\text{ m/s}.$$

β. Η δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο (εσωτερική δύναμη, αντίδραση της δύναμης που ασκεί το κιβώτιο στο βλήμα) είναι υπεύθυνη για την μεταβολή της ορμής του κιβωτίου άρα $F = \frac{\Delta p_{κιβ}}{\Delta t}$ ή

$$F = \frac{p_{κιβ,τελ} - p_{κιβ,αρχ}}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{m_2 \cdot u_2 - 0}{\Delta t} \text{ άρα } F = \frac{5\text{ kg} \cdot 12\text{ m/s} - 0}{0,05\text{ s}} \text{ άρα } F = 1200\text{ N}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

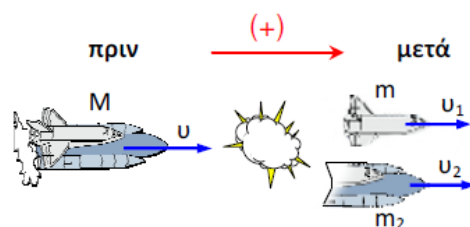
Λύση

Η μάζα του δεύτερου κομματιού είναι $m_2 = M - m$ ή $m_2 = 2000\text{ kg} - 1200\text{ kg}$ άρα $m_2 = 800\text{ kg}$.

Στο διαστημόπλοιο η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής : $\vec{p}_{ολ,τελ} = \vec{p}_{ολ,αρχ}$ ή

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = M \cdot u \text{ άρα } m_2 \cdot u_2 = M \cdot u - m_1 \cdot u_1 \text{ ή } u_2 = \frac{Mu - m_1u_1}{m_2} \text{ ή}$$

$$u_2 = \frac{2000\text{ kg} \cdot 1000\text{ m/s} - 1200\text{ kg} \cdot 2500\text{ m/s}}{800\text{ kg}} \text{ άρα } u_2 = -1250\text{ m/s}.$$



Παρατήρηση : Το (-) στην αλγεβρική τιμή της ταχύτητας δείχνει ότι το κομμάτι κινείται προς τα αρνητικά, δηλαδή αντίθετα από την αρχική κατεύθυνση κίνησης του διαστημόπλοιου.