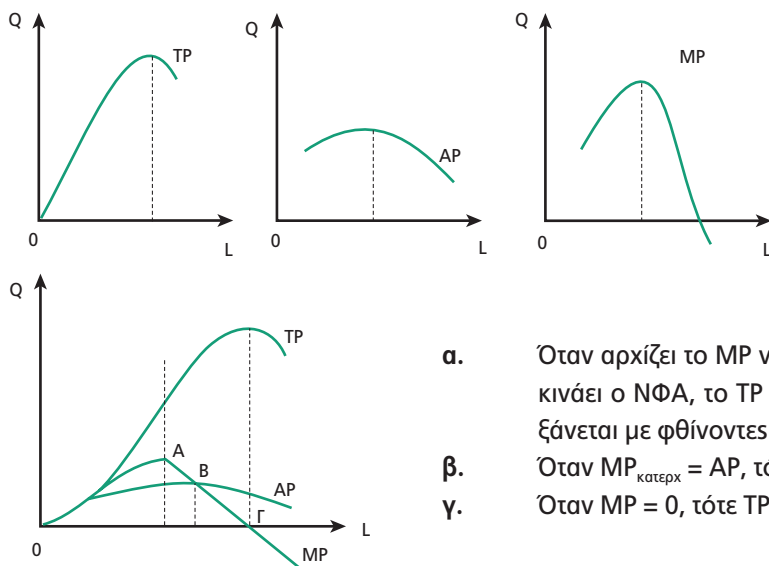




ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ – ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

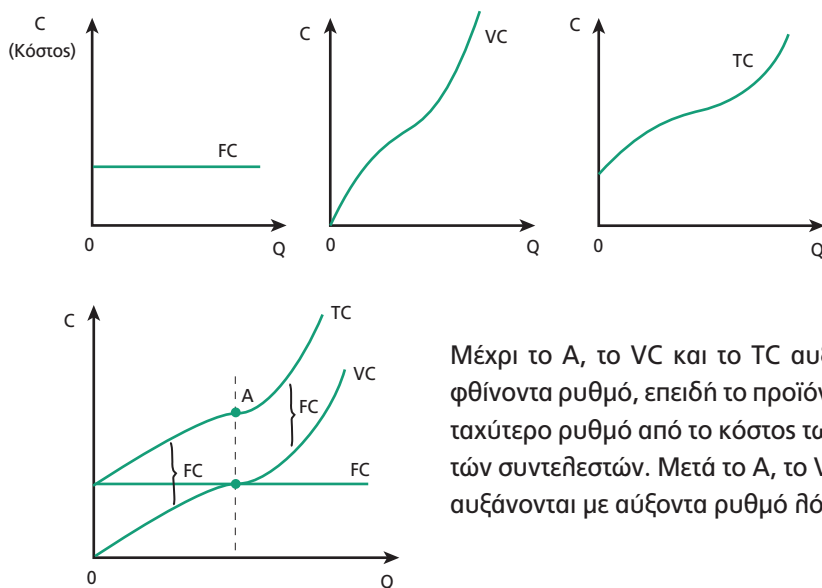
A ■ Υποδείξεις για την επίλυση των ασκήσεων

1. Καμπύλες Προϊόντος



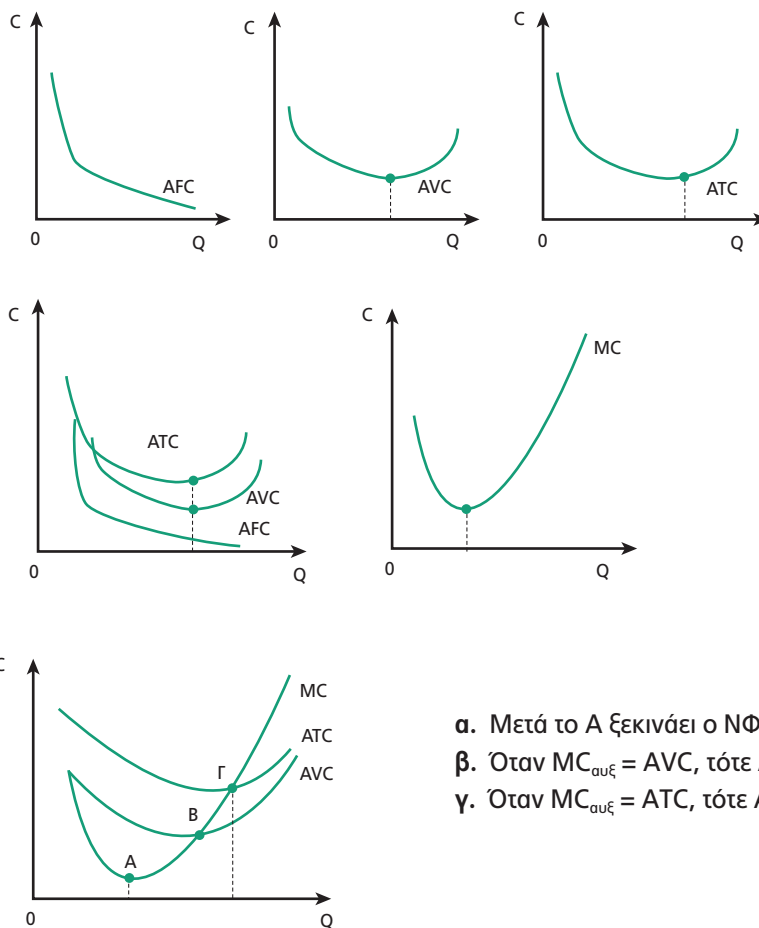
- α. Όταν αρχίζει το MP να μειώνεται, ξεκινάει ο ΝΦΑ, το TP συνεχίζει ν' αυξάνεται με φθίνοντες ρυθμούς.
- β. Όταν $MP_{\text{κατερχ}} = AP$, τότε $AP = \max$
- γ. Όταν $MP = 0$, τότε $TP = \max$

2. Καμπύλες Κόστους



Μέχρι το Α, το VC και το TC αυξάνονται με φθίνοντα ρυθμό, επειδή το προϊόν αυξάνει με ταχύτερο ρυθμό από το κόστος των μεταβλητών συντελεστών. Μετά το Α, το VC και το TC αυξάνονται με αύξοντα ρυθμό λόγω ΝΦΑ.

3. Καμπύλες Μέσου και Οριακού Κόστους

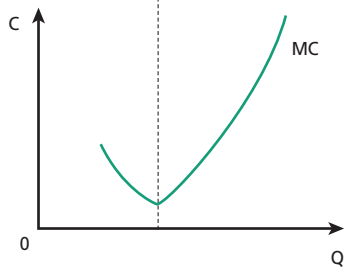
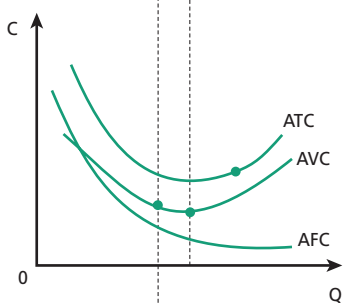
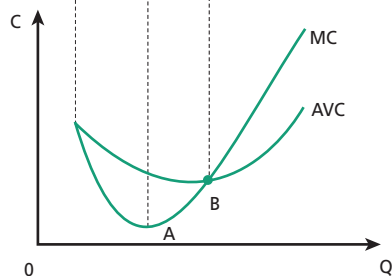
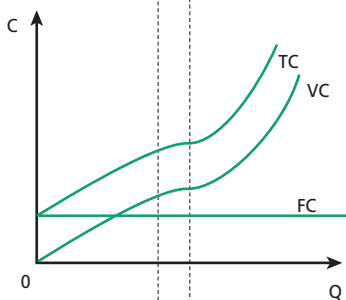
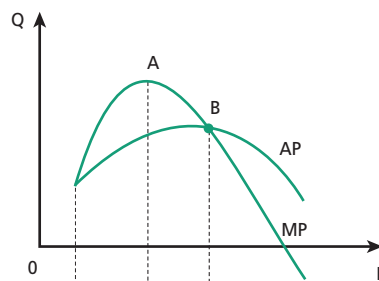
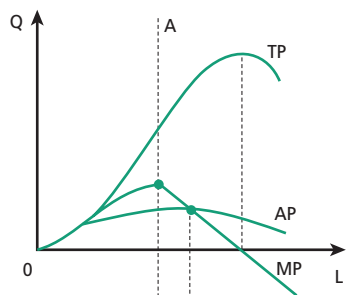


α. Μετά το Α ξεκινάει ο ΝΦΑ.

β. Όταν $MC_{\text{αυξ}} = AVC$, τότε $AVC = \min$

γ. Όταν $MC_{\text{αυξ}} = ATC$, τότε $ATC = \min$

4. Επίδραση του ΝΦΑ στις Καμπύλες Προϊόντος – Κόστους



α.
β.

α. Όταν $MP = \max$, τότε $MC = \min$

β. Όταν $MP_{\text{κατερχ}} = AP$, τότε $AP = \max$

Όταν $MC_{\text{αυξ}} = AVC$, τότε $AVC = \min$

Μετά το Α ξεκινάει ο ΝΦΑ.

5. Τυπολόγιο

Προϊόν	Ορισμός	Μαθηματική σχέση
Συνολικό προϊόν	Προϊόν που παράγεται από σταθερούς και μεταβλητούς συντελεστές.	TP ή $Q = f(K, L)$
Μέσο προϊόν ή Παραγωγικότητα	Είναι το προϊόν ανά εργάτη.	$AP = \frac{Q}{L}$
Οριακό προϊόν	Είναι το επιπλέον προϊόν κάθε επιπλέον εργάτη.	$MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$, $MP = \frac{dQ}{dL}$ (για απειροελάχιστες μεταβολές)

▶ Όταν το MP αρχίζει να μειώνεται, ξεκινάει ο ΝΦΑ.

▶ Όταν το $MP = 0$, τότε $Q = \max$. ▶ Όταν το $MP_{\text{κατ.}} = AP$, τότε AP_{max} .

Κόστος	Ορισμός	Μαθηματική σχέση
Σταθερό κόστος	Κόστος που δεν μεταβάλλεται σε σχέση με το Q.	$FC = r \cdot N$ $r = \text{ενοίκιο}, N = \gamma\eta$
Μεταβλητό κόστος	Κόστος που μεταβάλλεται σε σχέση με το Q.	$VC = w \cdot L$ ή $VC = w \cdot L + c \cdot Q_{\alpha' \text{ ύλης}}$ $VC = w \cdot L + c \cdot Q$ $VC = VC_1 + VC_2 + \dots + VC_n$
Συνολικό κόστος	Αμοιβή μεταβλητών και σταθερών συντελεστών.	$TC = FC + VC$ $TC = TC_1 + TC_2 + \dots + TC_n$
Μέσο Σταθερό κόστος	Σταθερό κόστος ανά μονάδα προϊόντος.	$AFC = \frac{FC}{Q}$
Μέσο Μεταβλητό κόστος	Μεταβλητό κόστος ανά μονάδα προϊόντος.	$AVC = \frac{VC}{Q}$
Μέσο Συνολικό κόστος	Συνολικό κόστος ανά μονάδα προϊόντος.	$ATC = \frac{TC}{Q}$, $ATC = AFC + AVC$
Οριακό κόστος	Επιπλέον κόστος κάθε επιπλέον μονάδας προϊόντος.	$MC = \frac{\Delta VC}{\Delta Q} = \frac{\Delta TC}{\Delta Q}$ $MC = \frac{dVC}{dQ} = \frac{dTC}{dQ}$ (για απειροελάχιστες μεταβολές)

▶ Όταν το MC αρχίζει να αυξάνεται, ξεκινάει ο ΝΦΑ.

▶ Όταν το $MC_{\text{αυξ.}} = AVC$, τότε το $AVC = \min$. ▶ Όταν το $MC_{\text{αυξ.}} = ATC$, τότε το $ATC = \min$.

▶ $MC = \frac{W}{MP}$.

▶ $AVC = \frac{W}{AP}$.

Παρατηρήσεις

- ▶ Όπου $L = n$ εργασία, που συνήθως είναι ο μεταβλητός συντελεστής. Αν η άσκηση δίνει άλλο μεταβλητό συντελεστή, αντικαθιστούμε το L στους τύπους από αυτόν.
- ▶ Ο τύπος $VC = W \cdot L$ ισχύει όταν μοναδικός μεταβλητός συντελεστής είναι η εργασία, όπου $W = \text{εργατικός μισθός}$.
- ▶ Ο τύπος $VC = W \cdot L + C \cdot Q_{\alpha' \text{ ύλης}}$ ισχύει όταν μεταβλητοί συντελεστές είναι η εργασία και η πρώτη ύλη, όπου $W = \text{εργατικός μισθός}$, $C = \text{κόστος 1 μονάδας πρώτης ύλης}$, $Q_{\alpha' \text{ ύλης}} = \text{ποσότητα πρώτης ύλης}$.

- ▶ Ο τύπος $VC = VC_1 + VC_2 + VC_3 + \dots + VC_N$ ισχύει όταν η άσκηση μας δίνει διάφορα στοιχεία μεταβλητού κόστους, οπότε, για να βρούμε το συνολικό μεταβλητό κόστος, τα αθροίζουμε.
- ▶ Ο τύπος $FC = r \cdot N$ υπολογίζει το FC, όπου r = κόστος μίας μονάδας σταθερού συντελεστή π.χ. ενοίκιο, N = ποσότητα σταθερού συντελεστή.
- ▶ Ο τύπος $FC = FC_1 + FC_2 + FC_3 + \dots + FC_N$ ισχύει όταν η άσκηση μας δίνει διάφορα στοιχεία σταθερού κόστους, οπότε για να βρούμε το συνολικό σταθερό κόστος, τα αθροίζουμε.
- ▶ Οι τύποι $MP = \frac{dQ}{dL}$, $MC = \frac{dVC}{dQ} = \frac{dTC}{dQ}$ χρησιμοποιούνται όταν η άσκηση μας δίνει συναρτήσεις και δεν μπορούμε να σχηματίσουμε μεταβολές.

B Λυμένες ασκήσεις

- 1 α. Να συμπληρωθεί ο πίνακας με το μέσο και οριακό προϊόν:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	0	20	48	78	104	122	132	132	130

- β. Από ποιο σημείο και μετά εμφανίζεται ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης (ΝΦΑ);
 γ. Σε ποιο σημείο το μέσο προϊόν γίνεται μέγιστο;
 δ. Σε ποιο σημείο το συνολικό προϊόν γίνεται μέγιστο;
 ε. Να παρασταθούν γραφικά οι καμπύλες του συνολικού, μέσου και οριακού προϊόντος.

α.

L	Q	$AP = \frac{Q}{L}$	$MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$
0	0	$\frac{0}{0} = -$	-
1	20	$\frac{20}{1} = 20$	$\frac{20}{1} = 20$
2	48	$\frac{48}{2} = 24$	$\frac{28}{1} = 28$
3	78	$\frac{78}{3} = 26$	$\frac{30}{1} = 30$
4	104	$\frac{104}{4} = 26$	$\frac{26}{1} = 26$
5	122	$\frac{122}{5} = 24,4$	$\frac{18}{1} = 18$
6	132	$\frac{132}{6} = 22$	$\frac{10}{1} = 10$
7	132	$\frac{132}{7} = 18,8$	$\frac{0}{1} = 0$
8	130	$\frac{130}{8} = 16,25$	$\frac{-2}{1} = -2$