

Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα - Αναλογίες

Δύο ευθύγραμμα τμήματα α, γ λέγονται **ανάλογα** προς δύο άλλα ευθύγραμμα τμήματα β, δ όταν ο λόγος του α προς το β ισούται με το λόγο του γ προς το δ , δηλαδή όταν ισχύει:

$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ (1). Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει θετικός αριθμός λ , ώστε να ισχύει $\alpha = \lambda \cdot \beta$ και $\gamma = \lambda \cdot \delta$.

Η παραπάνω ισότητα (1) λέγεται **αναλογία** με όρους τα ευθύγραμμα τμήματα α, β, γ και δ . Τα τμήματα α και β λέγονται **ομόλογα** ή **αντίστοιχα**. Το ίδιο και τα γ και δ . Τα α, δ λέγονται **άκροι όροι**, ενώ τα β, γ **μέσοι όροι** της αναλογίας. Ο τέταρτος όρος δ της αναλογίας λέγεται και **τέταρτη ανάλογος** των α, β και γ .

Στην αναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma}$ οι μέσοι όροι είναι ίσοι. Αυτή η αναλογία λέγεται **συνεχής** και ο β λέγεται **μέση ανάλογος** των α και γ . Το β λέγεται επίσης **γεωμετρικός μέσος** των α και γ . Συχνά είναι χρήσιμο να αντικαταστήσουμε μια αναλογία με μια ισοδύναμη έκφραση. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες των αναλογιών, που είναι γνωστές από το Γυμνάσιο, τις οποίες παίρνουμε χωρίς απόδειξη. Οι σπουδαιότερες από αυτές είναι οι εξής:

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ

- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha\delta = \beta\gamma, \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma} \Leftrightarrow \beta^2 = \alpha\gamma$
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}$
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha \pm \beta}{\beta} = \frac{\gamma \pm \delta}{\delta}, \quad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \frac{\alpha}{\alpha \pm \beta} = \frac{\gamma}{\gamma \pm \delta}$
- $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \dots = \frac{\kappa}{\lambda} = \frac{\alpha + \gamma + \dots + \kappa}{\beta + \delta + \dots + \lambda}$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Όταν εφαρμόζουμε ιδιότητες σε αναλογίες με όρους ευθύγραμμα τμήματα, θεωρούμε ότι έννοιες που δεν έχουν οριστεί για ευθύγραμμα τμήματα (π.χ. "πολλαπλασιασμός ευθύγραμμων τμημάτων"), αναφέρονται αποκλειστικά στα μήκη τους.