

Λύσεις ασκήσεων στα κανονικά πολύγωνα.

1. α) Από το ορθογώνιο τρίγωνο BHO, έχουμε:

$$BH^2 = BO^2 - OH^2 \quad (1)$$

Αλλά $OH = R$, $BO = 2R$, αφού η γωνία $OBH = 30^\circ$.

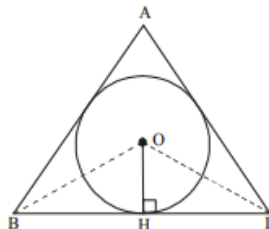
Η (1) γίνεται:

$$BH^2 = (2R)^2 - R^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\text{Άρα } BH = R\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Η πλευρά a του ισοπλεύρου τριγώνου είναι $a = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

$$\beta) \text{ Το } E_{AB\Gamma} = 3E_{BO\Gamma} = 3 \cdot \frac{1}{2} B\Gamma \cdot OH = \frac{3}{2} 6\sqrt{3} \cdot 3 = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

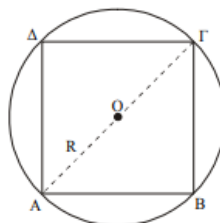


2. α) Ισχύει $AB + B\Gamma = 80 \text{ cm}$ (1)

Αν x είναι η πλευρά του τετραγώνου, τότε από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε:

$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 \text{ ή } (2R)^2 = x^2 + x^2 \text{ ή}$$

$$4R^2 = 2x^2 \text{ ή } x^2 = 2R^2. \text{ Άρα } x = R\sqrt{2} \quad (2)$$



Από (1) και (2) έχουμε: $2R\sqrt{2} = 80$ ή $R = \frac{40}{\sqrt{2}}$ ή $R = 20\sqrt{2} \text{ cm}$

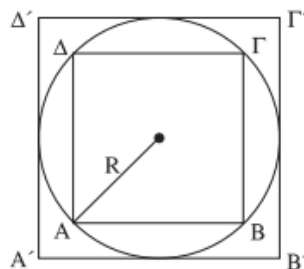
3. α) $AB = \lambda_4$, $A'B' = \lambda_4'$, $A\Gamma = \delta = 2R$ (δ διαγώνιος του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$)

$$\text{Άρα } \delta = 2R = AB\sqrt{2} \text{ ή } AB = \frac{2R}{\sqrt{2}} \text{ ή}$$

$$AB = \lambda_4 = \frac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \text{ ή } \lambda_4 = R\sqrt{2} \text{ και}$$

$$A'B' = \lambda_4' = 2R.$$

$$\beta) \lambda = \frac{E}{E'} = \frac{\lambda_4^2}{\lambda_4'^2} = \frac{(R\sqrt{2})^2}{(2R)^2} = \frac{2R^2}{4R^2} = \frac{1}{2}$$



4. α) Έχουμε με $R = 3 \text{ cm}$:

$$AB = \lambda_6 = 3 \text{ cm}, \quad O\Theta = a_6 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

$$OH = a_3 = \frac{3}{2} \text{ cm}, \quad \Delta Z = \lambda_3 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{Άρα } E_{AB\Gamma\Delta E Z} = 6 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot O\Theta =$$

$$6 \cdot \frac{1}{2} 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

$$\beta) E = E_{AB\Gamma\Delta E Z} - E_{ZBA} = \frac{27\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} \Delta Z \cdot OH =$$

$$\frac{27\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2} 3\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{4}. \text{ Άρα } E = \frac{27\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2.$$

