

Η Εξίσωση της ευθείας.

Συντελεστής Διεύθυνσης Ευθείας

• Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και ε μια ευθεία που τέμνει τον άξονα x' στο σημείο A . Τη γωνία ω που διαγράφει ο άξονας x' όταν στραφεί γύρω από το A κατά τη θετική φορά μέχρι να συμπίψει με την ευθεία ε τη λέμε **γωνία που σχηματίζει η ε με τον άξονα x'** . Αν η ευθεία ε είναι παράλληλη προς τον άξονα x' , τότε λέμε ότι σχηματίζει με αυτόν γωνία $\omega=0$. Σε κάθε περίπτωση για τη γωνία ω ισχύει $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$ ή σε ακτίνια $0 \leq \omega < \pi$.

Ως **συντελεστή διεύθυνσης** μιας ευθείας ε ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ε με τον άξονα x' . Προφανώς ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι **θετικός**, αν η γωνία ω που σχηματίζει με τον άξονα x' είναι **οξεία** και **αρνητικός**, αν είναι **αμβλεία**. Αν η ευθεία σχηματίζει με τον x' μηδενική γωνία, δηλαδή είναι **παράλληλη στον άξονα x'** , ο συντελεστής διεύθυνσης είναι ίσος με **μηδέν**.

Στην περίπτωση που η γωνία της ευθείας ε με τον άξονα x' είναι **90°** , δηλαδή η ευθεία ε είναι **κάθετη στον άξονα x'** , **δεν ορίζουμε συντελεστή διεύθυνσης** για την ευθεία αυτή.

Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι

$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad x_1 \neq x_2$$

Συνθήκες καθετότητας και παραλληλότητας δύο ευθειών:

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 // \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \quad \text{και} \quad \varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \vec{\delta}_1 \perp \vec{\delta}_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$$

• Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και $A(x_0, y_0)$ ένα σημείο του επιπέδου. Η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ έχει τύπο

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0)$$

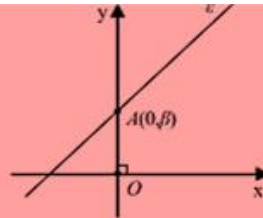
• η εξίσωση μιας κατακόρυφης ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ είναι

$$x = x_0$$

Ειδικές περιπτώσεις

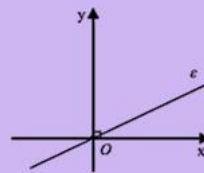
- Η εξίσωση ευθείας που τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, \beta)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι $y - \beta = \lambda(x - 0)$, η οποία τελικά γράφεται

$$y = \lambda x + \beta.$$

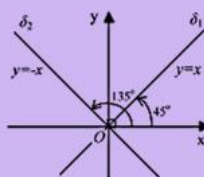


- Αν μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ , τότε η εξίσωσή της είναι $y - 0 = \lambda(x - 0)$ ή

$$y = \lambda x.$$

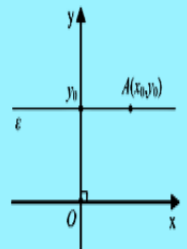


Έτσι, οι διχοτόμοι των γωνιών xOy και yOx' έχουν εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$ αντιστοίχως.



- Τέλος, αν μια ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη στον άξονα x' , δηλαδή είναι όπως λέμε μια οριζόντια ευθεία, έχει εξίσωση $y - y_0 = 0(x - x_0)$, δηλαδή

$$y = y_0.$$



Γενική μορφή εξίσωσης ευθείας.

$$Ax + By + \Gamma = 0 \text{ με } A \neq 0 \text{ ή } B \neq 0.$$

— Αν $B \neq 0$, τότε η εξίσωση γράφεται $y = -\frac{A}{B}x - \frac{\Gamma}{B}$, που είναι εξίσωση ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = -\frac{A}{B}$ και η οποία τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο $(0, -\frac{\Gamma}{B})$

. — Αν $B = 0$, τότε, λόγω της υπόθεσης, είναι $A \neq 0$ και η εξίσωση γράφεται $x = -\frac{\Gamma}{A}$, που είναι εξίσωση ευθείας κάθετης στον άξονα $x'x$ στο σημείο του $P(-\frac{\Gamma}{A}, 0)$

— Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$

— Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$

Απόσταση Σημείου Ευθεία

$$d(M_0, \varepsilon) = \frac{|Ax_0 + By_0 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Εμβαδόν τριγώνου ABΓ

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} |\det(\vec{AB}, \vec{AG})|$$