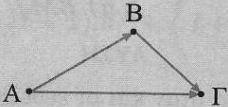
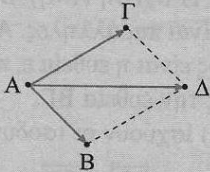
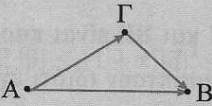


Κεφάλαιο 1

1.1 Η έννοια του διανύσματος-1.2 Πρόσθεση και Αφαίρεση διανυσμάτων

- Διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$: A αρχή (σημείο εφαρμογής), B πέρας
- Μηδενικό διάνυσμα: $\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \equiv B$
- Μέτρο διανύσματος $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}| = (AB) \geq 0$
- $\vec{a}$ μοναδιαίο $\Leftrightarrow |\vec{a}| = 1$
- $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta} \text{ ή } \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$
- $\vec{a} = \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta} \text{ και } |\vec{a}| = |\vec{\beta}|$

- $\vec{a} = -\vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \text{ και } |\vec{a}| = |\vec{\beta}|$
- Γωνία $\theta = (\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}) = (\widehat{\vec{\beta}, \vec{a}})$ των $\vec{a}, \vec{\beta}$ με $0 \leq \theta \leq \pi$.
- Αν $\vec{a}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$, τότε ισχύουν οι ισοδυναμίες:
 - ▶ $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \theta = 0 \Leftrightarrow \cos \theta = 1$
 - ▶ $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \theta = \pi \Leftrightarrow \cos \theta = -1$
 - ▶ $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \theta = 0 \text{ ή } \pi \Leftrightarrow \cos \theta = \pm 1$
 - ▶ $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \cos \theta = 0$
- Συγκεντρώνοντας τους βασικότερους τύπους έχουμε:
 - ▶ $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$ ▶ $\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow A \equiv B$
 - ▶ Μ μέσο του AB $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$ ▶ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$
 - ▶ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG}$

 - ▶ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD}$, όπου ABΔΓ παραλληλόγραμμο
 
 - ▶ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GB}$

 - ▶ $||\vec{a}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{a} \pm \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| + |\vec{\beta}|$ ▶ $|\vec{a} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}| \leq |\vec{a}| + |\vec{\beta}| + |\vec{\gamma}|$
- Να σημειωθεί ότι ένα διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ μπορεί να γραφεί:
 - ▶ ως άθροισμα δύο διανυσμάτων με άπειρους σε πλήθος τρόπους:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \dots$$
 - ▶ ως διαφορά δύο διανυσμάτων με κοινή αρχή με άπειρους σε πλήθος τρόπους:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} = \dots$$
 - ▶
 - συναρτήσει του διανύσματος $\overrightarrow{AK}$ ως $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB}$
 - συναρτήσει του διανύσματος $\overrightarrow{AL}$ ως $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LB}$
 - συναρτήσει του διανύσματος $\overrightarrow{KL}$ ως $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LB}$