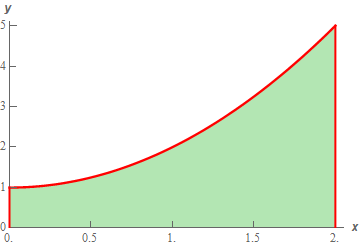
Εμβαδόν παραβολικού χωρίου

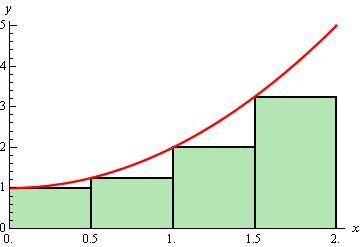
Θέλουμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x)=x2+1, που περικλείεται ανάμεσα στις ευθείες x=0 και χ=4.



Χωρίζουμε το διάστημα [α,β]= [0,2] σε 4 ισομήκη υποδιαστήματα μήκους Δx== με α=x0<x1<x3<x4=β

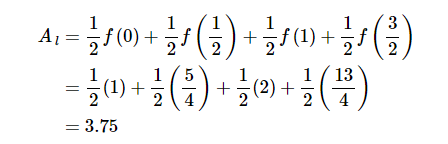
Σχηματίζουμε ορθογώνια με βάσεις τα υποδιαστήματα Δx και ύψη ίσα με την ελάχιστη τιμή της f (το αριστερό άκρο)

Το εμβαδόν είναι ίσο με το άθροισμα αυτών των ορθογωνίων.

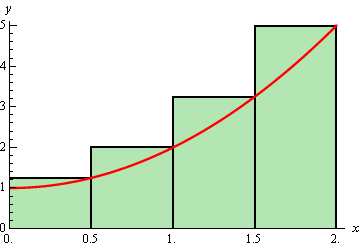


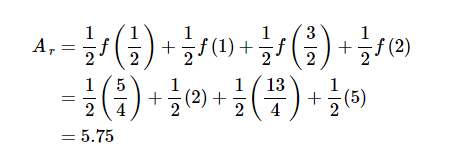
Η προσέγγιση είναι υποτιμημένη σε σχέση με την επιφάνεια

Το ζητούμενο εμβαδόν είναι ΑlEAr



Σχηματίζουμε ορθογώνια με βάσεις τα υποδιαστήματα αυτά και ύψη ίσα με την μέγιστη τιμή της f (το δεξί άκρο) Το εμβαδόν είναι ίσο με το άθροισμα αυτών των ορθογωνίων.

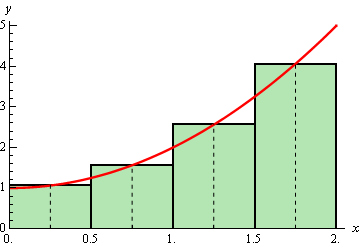




Η προσέγγιση είναι υπερτιμημένη σε σχέση με την επιφάνεια

Το ζητούμενο εμβαδόν είναι ΑlEAr. Άρα 3,75E

Αν σχηματίσουμε τα ορθογώνια με βάσεις τα παραπάνω υποδιαστήματα [xk-1, xk] και ύψη την τιμή της συνάρτησης σε οποιοδήποτε ενδιάμεσο σημείο έστω ξκ, κ=1,2,3,4



f(ξ1)

f(ξ3)

f(ξ4)

f(ξ2)

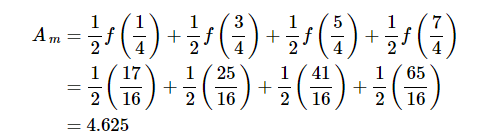
ξ4

ξ3

ξ2

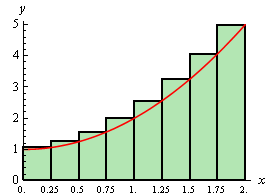
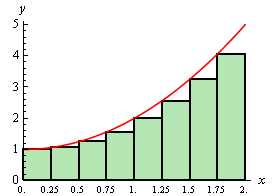
ξ1

Αν τα ξκ είναι το μέσον των διαστημάτων και f(ξκ) το ύψος αυτών των ορθογωνίων τότε το εμβαδόν των ορθογωνίων θα είναι μία ακόμα καλύτερη προσέγγιση του εμβαδού.



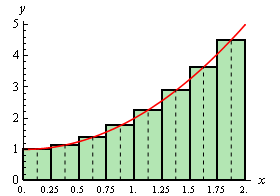
Θα ισχύει ΑlSνAr. Άρα 3,754,625

Καλύτερη προσέγγιση θα έχουμε αν πάρουμε περισσότερα ορθογώνια εδώ διπλασιάζουμε τον αριθμό πχ πάρουμε Οκτώ



Ar=5.1875

Al=4.1875



Sv=4.65625