

Παράδειγμα Σε μία βιομηχανία κατασκευάζονται δύο τύποι αυτοκινήτων A και B. Κάθε αυτοκίνητο τύπου A δίνει κέρδος 20000 ευρώ και θέλει 50 ώρες για συναρμολόγηση, 40 ώρες για βάψιμο και 30 ώρες για έλεγχο και δοκιμή. Κάθε αυτοκίνητο τύπου B δίνει κέρδος 25000 ευρώ και θέλει 100 ώρες για συναρμολόγηση, 32 ώρες για βάψιμο και 10 ώρες για έλεγχο και δοκιμή. Αν το εργοστάσιο για ένα χρονικό διάστημα διαθέτει μέχρι 36000 ώρες για συναρμολόγηση, 14400 ώρες για βάψιμο και μέχρι 9000 ώρες για έλεγχο και δοκιμή, πόσα αυτοκίνητα τύπου A και πόσα τύπου B πρέπει να κατασκευάσει στο χρονικό αυτό διάστημα, για να έχει το μέγιστο κέρδος;

Λύση. Έστω ότι πρέπει να κατασκευάσει x αυτοκίνητα τύπου A και y τύπου B ($x, y \in \mathbb{N}$).

Το κέρδος θα είναι $20000x + 25000y$

Οι ώρες, που χρειάζονται για συναρμολόγηση και των δύο τύπων, είναι $50x + 100y$, άρα πρέπει $50x + 100y \leq 36000$ ή $x + 2y \leq 720$.

Οι ώρες για βάψιμο είναι $40x + 32y$, άρα πρέπει $40x + 32y \leq 14400$ ή $5x + 4y \leq 1800$. Για τις ώρες έλεγχου με τον ίδιο τρόπο έχουμε $3x + y \leq 900$. Ζητάμε λοιπόν να βρούμε το μέγιστο της παραστάσεως $20\,000x + 25\,000y$, όταν οι φυσικοί αριθμοί x και y επαληθεύουν το σύστημα:

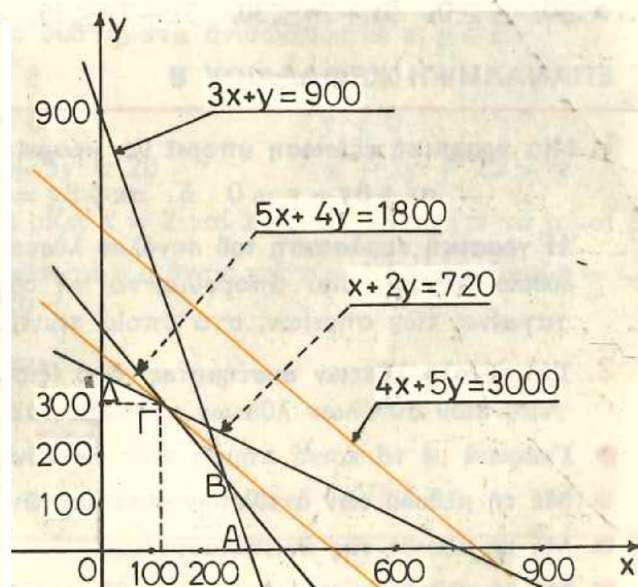
$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$x + 2y \leq 720$$

$$5x + 4y \leq 1800$$

$$3x + y \leq 900$$



Σχεδιάζουμε τώρα μια ευθεία $20\,000x + 25\,000y = \alpha$ για κάποια τιμή του α , π.χ. $\alpha = 15\,000\,000$, όποτε η εξίσωση μετά τις απλοποιήσεις γίνεται

$$4x + 5y = 3000$$

και βλέπουμε ότι το μέγιστο της παραστάσεως $20\,000x + 25\,000y$ βρίσκεται στην κορυφή Γ (120, 300) και είναι ίσο με

$$20\,000 \cdot 120 + 25\,000 \cdot 300 = 9\,900\,000 \text{ δρχ. (μέγιστο κέρδος)}$$