

Θέμα 1^ο

A) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i) Ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = \vec{\beta} \cdot \vec{a}$

ii) Η ευθεία $x = x_0$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 0$

iii) Η εξίσωση $(\alpha + 1)x + (a^2 - 1)y + 10 = 0$ παριστάνει πάντοτε ευθεία.

iv)) Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

v) Η ευθεία $y = x + 1$ εφάπτεται στον κύκλο $x^2 + y^2 = 1$

(Μονάδες 2x5=10)

B) Έστω $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ δυο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου Οχψ και Μ το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος ΑΒ με συντεταγμένες $M(x, y)$. Να δείξετε ότι ισχύει:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \text{ (Να κάνετε και το αντίστοιχο σχήμα)}$$

(Μονάδες 15)

Θέμα 2^ο

Θεωρούμε τρίγωνο ΑΒΓ με $A(-2, 5), B(7, 8), \Gamma(1, -4)$.

A) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{AG}$.

(Μονάδες 10)

B) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{AG}$.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε, σε μοίρες, τη γωνία $\hat{BAG}$.

(Μονάδες 5)

Θέμα 3^ο

Δίνεται το σημείο $A(3, -1)$.

A) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο $O(0,0)$ που περνάει από το Α.

(Μονάδες 8)

B) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης (ε) του παραπάνω κύκλου στο σημείο Α.

(Μονάδες 8)

Γ) Αν η εφαπτόμενη (ε) τέμνει τους άξονες στα σημεία Β, Γ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΒΓ.
(Μονάδες 9)

Θέμα 4^ο

Σε χάρτη με καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων η θέση ενός λιμανιού προσδιορίζεται από το σημείο $\Lambda(2,6)$ και η θέση ενός πλοίου με το σημείο $\Pi(\lambda-1, 2+\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Α)

- i. Αν το πλοίο κινείται ευθύγραμμα, να βρείτε την εξίσωση της τροχιάς του.

(Μονάδες 07)

- ii. Να εξετάσετε αν το πλοίο θα περάσει από το λιμάνι.

(Μονάδες 05)

Β) Αν τελικά το πλοίο δεν περάσει από το λιμάνι, να βρείτε:

- i. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση του πλοίου από το λιμάνι;

(Μονάδες 06)

- ii. Το σημείο του καρτεσιανού επιπέδου που βρίσκεται το πλοίο, όταν απέχει την ελάχιστη απόσταση από το λιμάνι.

(Μονάδες 07)

Πετρούπολη 30/05/2022

Ο Διευθυντής

Αγαλιανός Ι.
Χημικός ΠΕ04.02

Οι εισηγητές

Βλάχος Σ.
Καλαμάτας Α.
Βυθούλκα Μ.
Γαλάνης Δ.