Θα χρειαστούμε το πινακάκι των τριγωνομετρικών αριθμών.

ΤΩΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΓΩΝΙΩΝ.

	0	30°	45°	60°	90°
ημ	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
συν	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
εφ	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	—

Μνημονικός τύπος $\frac{\sqrt{k}}{2}$, $k = 0, 1, 2, 3, 4$

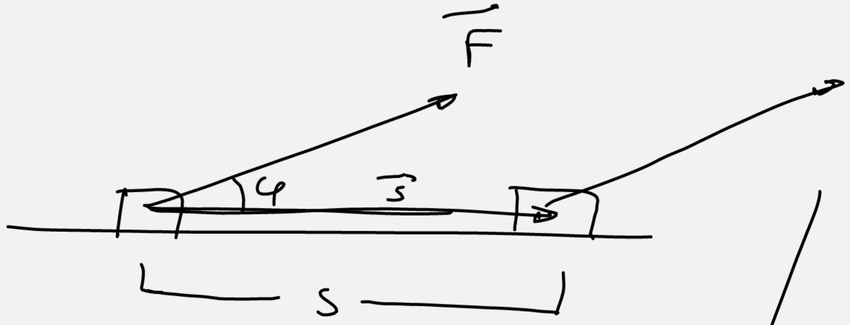
$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Για 10 μέρες × 3 φορές συνημμένο

γρωί – μεσημέρι – βράδυ

Εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων



$W_F = F \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

$W_F = |\vec{F}| \cdot |\vec{S}| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

Ορισμός: Έστω δύο διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ με γωνία $(\vec{a}, \vec{b}) = \varphi$. Ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{b}$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

Παρατηρήσεις - Ιδιότητες

1) $\vec{a}, \vec{b}$ διανύσματα. τότε $\vec{a} \cdot \vec{b}$ αριθμός

2) Αν $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ τότε $\varphi = (\vec{a}, \vec{b}) = 0$. $\sigma\upsilon\nu 0^\circ = 1$

τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sigma\upsilon\nu 0 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

3) Αν $\vec{a} \perp \vec{b}$ τότε $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{2} = 0$

τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot 0 = 0$. Ισχύει και το αντίστροφο.

Εξίσωση του επιπέδου του "3"

Αν $\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \iff |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=0 \iff |\vec{a}|=0$ ή $|\vec{b}|=0$ ή $\sigma\upsilon\nu\varphi=0 \iff$

$\iff \vec{a}=\vec{0}$ $\vec{b}=\vec{0}$ $\vec{a}\perp\vec{b}$

$\iff \vec{a}\perp\vec{b}$ $\vec{b}\perp\vec{a}$

4) Αναλυτική έκφραση του εσωτερικού γινομένου.

Αν $\vec{a}=(x_1,y_1)$, $\vec{b}=(x_2,y_2)$ τότε $\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$

Παραδείγμα: Δίνονται τα $\vec{a}=(-3,1)$, $\vec{b}=(4,-3)$. Να βρείτε το $\vec{a}\cdot\vec{b}$ και το $\sigma\upsilon\nu(\hat{\vec{a},\vec{b}})$.

Λύση: $\vec{a}\cdot\vec{b}=-3\cdot4+1\cdot(-3)=-12-3=-15$

Είναι $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sigma\upsilon\nu(\hat{\vec{a},\vec{b}}) \iff \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\sigma\upsilon\nu(\hat{\vec{a},\vec{b}}) \iff \sigma\upsilon\nu(\hat{\vec{a},\vec{b}})=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{-15}{\sqrt{10}\cdot5}$.

$|\vec{a}|=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$.

$|\vec{b}|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$