

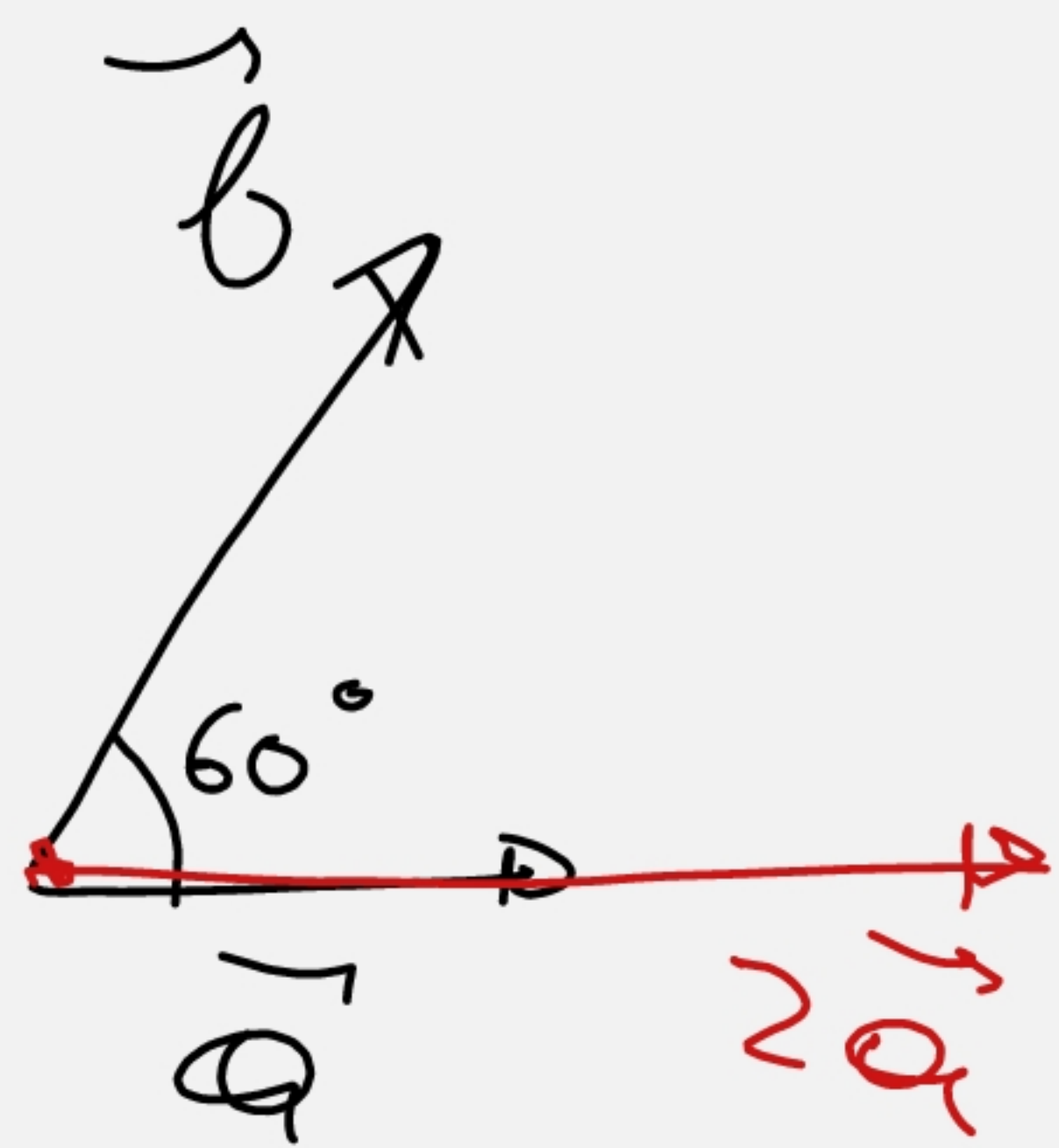
Άσκηση 1

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad (\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}}) = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}}) \\ &= 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad (2\vec{a}) \cdot \vec{b} &= |2\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(2\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}}) = \\ &= 4 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6 \end{aligned}$$

$$(2\vec{a}) \cdot \vec{b} = 2 \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$$



$$2 \cdot (3 \cdot 5) = (2 \cdot 3) \cdot 5$$

η πολλαπλασιαστική.

$$2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$$

ανταμειψιστική

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

επιμεριστική

$$\vec{a} = (1, 2), \quad \vec{b} = (-3, -4) \quad \cos(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}})$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= 1 \cdot (-3) + 2 \cdot (-4) = \\ &= -3 - 8 = -11 \end{aligned}$$

$$\frac{-11}{\sqrt{5} \cdot 5} = \frac{\cancel{\sqrt{5}} \cdot \cancel{5} \cdot \cos(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}})}{\cancel{\sqrt{5}} \cdot \cancel{5}}$$

$$\vec{a} = (1, 2) \quad \vec{b} = (-3, -4) \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -11, \quad \cos(\vec{a}, \vec{b}) \quad 2 \cdot (5 \cdot 3) = 30$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \quad |\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \quad 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 60$$

$$-11 = \sqrt{5} \cdot 5 \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \quad |\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

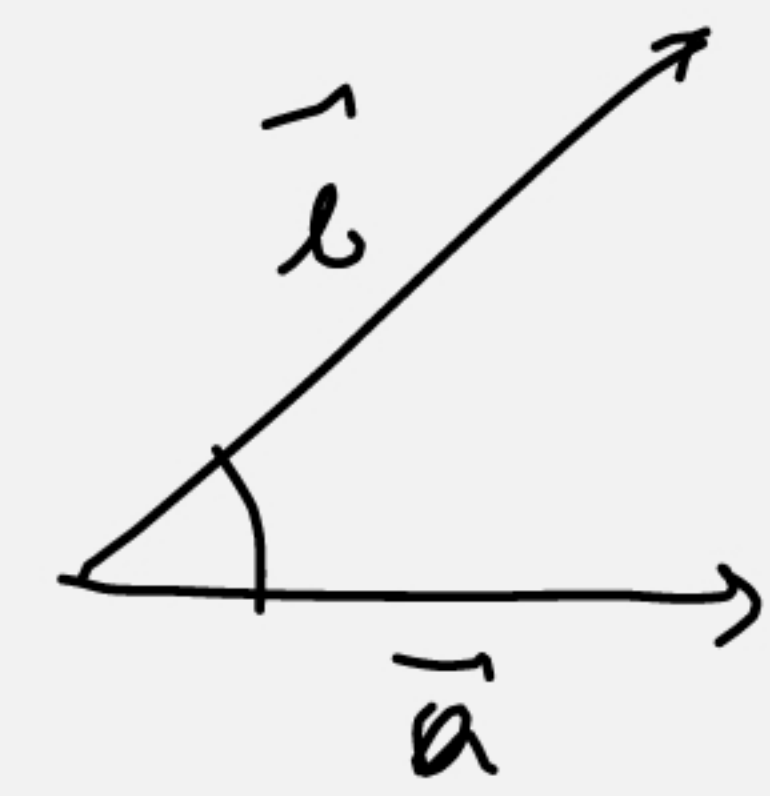
$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-11}{5\sqrt{5}}$$

Ανοδοςίξεις :

$$5) \vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2 \cdot 1 = |\vec{a}|^2$$

$$6) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

$$\vec{b} \cdot \vec{a} = |\vec{b}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{b}, \vec{a})$$



$$(\vec{a}, \vec{b}) = (\vec{b}, \vec{a})$$

$$7) (\lambda \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = \lambda \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$8) (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$$

$$9) (\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$$

$$7) \text{ 'Εάν } \vec{a} = (x_1, y_1), \vec{b} = (x_2, y_2), \lambda \vec{a} = (\lambda x_1, \lambda y_1)$$

$$(\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\lambda x_1, \lambda y_1) \cdot (x_2, y_2) = \lambda x_1 \cdot x_2 + \lambda y_1 \cdot y_2$$

$$\lambda \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b}) = \lambda \cdot (x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2) = \lambda x_1 x_2 + \lambda y_1 y_2$$

Εφαρμογή 2 / Σελ. 44

$$|\vec{a}| = \sqrt{3}, \quad |\vec{b}| = 1, \quad (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{6}, \quad \vec{x} = \vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$$

Σχέση: $\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos(\widehat{\vec{x}, \vec{y}}) \Leftrightarrow \cos(\widehat{\vec{x}, \vec{y}}) = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|}$

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2 = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = \sqrt{3}^2 - 1^2 = 3 - 1 = 2$$

$$|\vec{x}|^2 = \vec{x}^2 = (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 = \sqrt{3}^2 + 2 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) + 1^2 =$$
$$= 3 + 2.$$