

Έχουμε ότι:

$$C_1: x^2 + y^2 = \rho^2, \quad C_2: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$$

1) Εξίσωση κύκλου

$$C_3: x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0, \quad \text{όταν } \Delta = A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$$

2) Εξίσωση εφαπτομένης κύκλου με κέντρο του αρχή του αξόνου.

$$A, \quad C_1: x^2 + y^2 = \rho^2, \quad A(x_1, y_1) \in C_1 \implies \varepsilon: x_1 x + y_1 y = \rho^2$$

3) Μέθοδος εύρεσης εξίσωσης εφαπτομένης κύκλου $C: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$

Συνθήκη: Αν $k(x_0, y_0)$ το κέντρο του κύκλου, τότε η εξίσωση $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$

Είναι εφαπτομένη $\iff d(k, \varepsilon) = \rho$

Άσκηση: $C_1: x^2 + y^2 = 1$, $C_2: (x-1)^2 + y^2 = 4$. N_2 βρίσκεται στα εξωτερικά σημεία.

Δίνω τα κύκλους

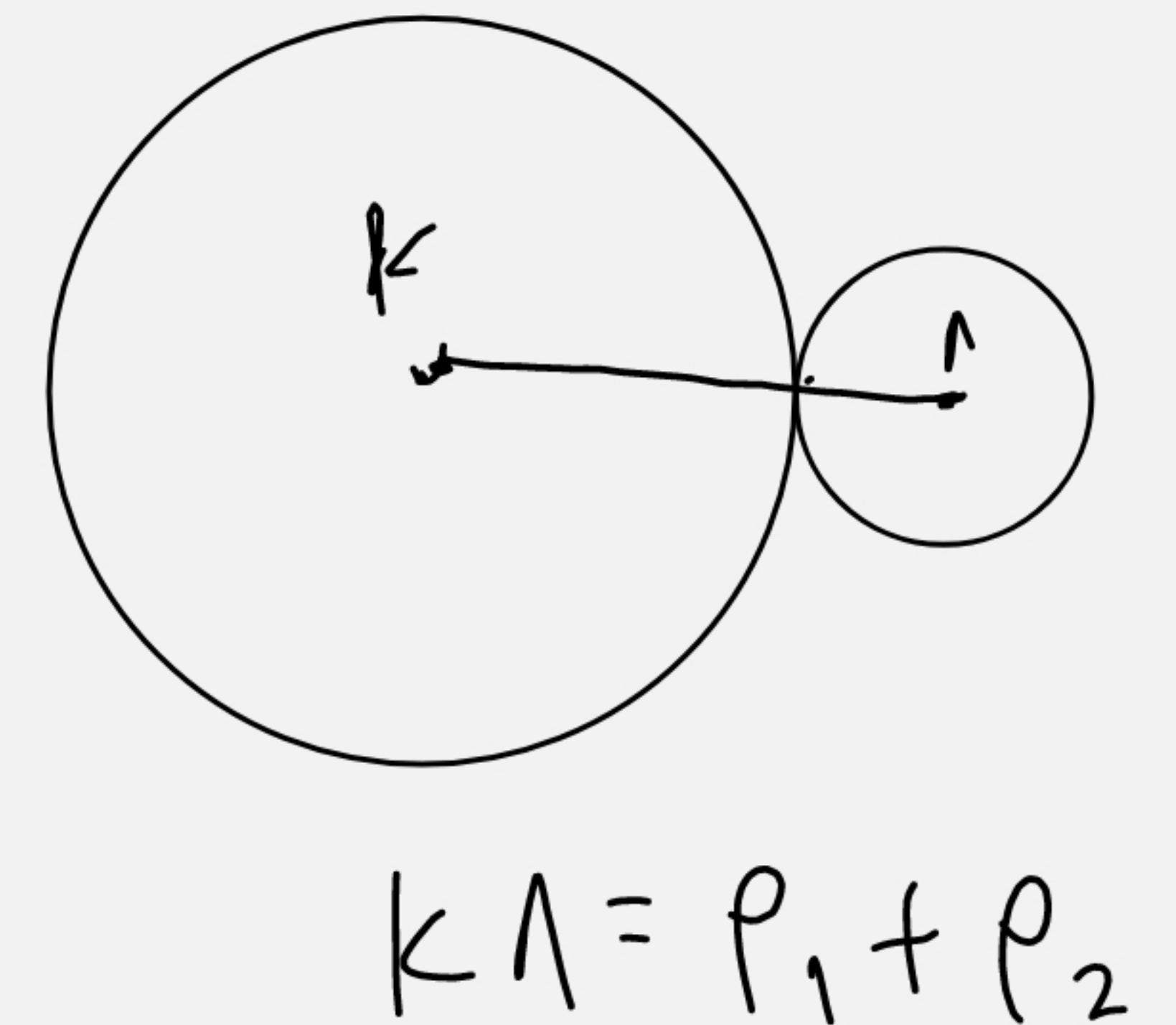
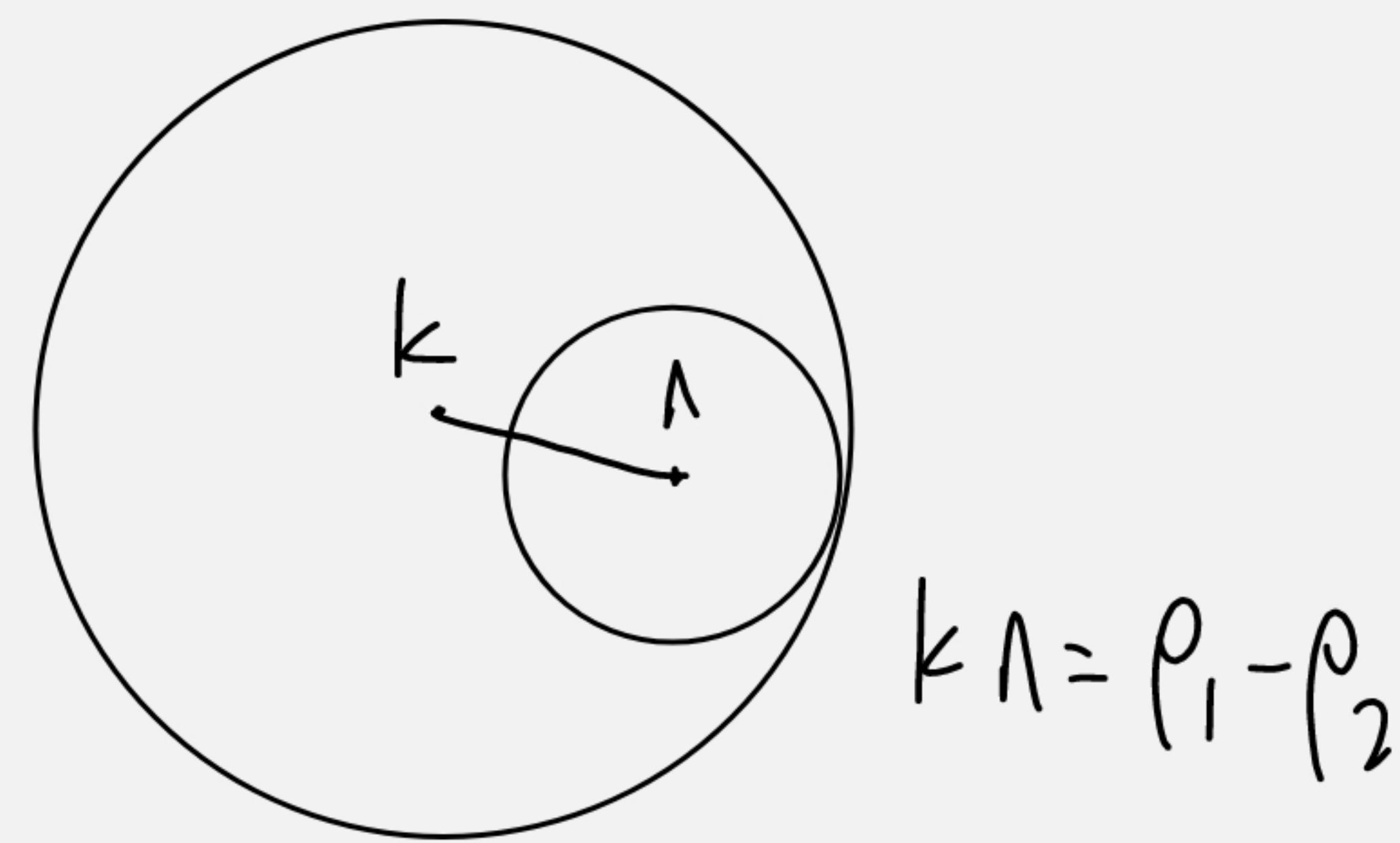
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - (x-1)^2 = -3 \Leftrightarrow x^2 - (x^2 - 2x + 1) = -3 \Leftrightarrow \\ x^2 - x^2 + 2x - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$(\Sigma) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-1)^2 + y^2 = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 0 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = -1 \end{cases} \text{ Άρα } (x, y) = (-1, 0)$$

Άρα οι δύο κύκλοι έχουν 1 κοινό σημείο.

Προσοχή οι εφιστά 2 κύκλοι $x_{1,2} = \dots$

$$\Sigma \begin{cases} \Sigma_1 \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = 2 \end{cases} \dots (x, y) = \dots \\ \Sigma_2 \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x = 5 \end{cases} (x, y) = \dots \end{cases}$$



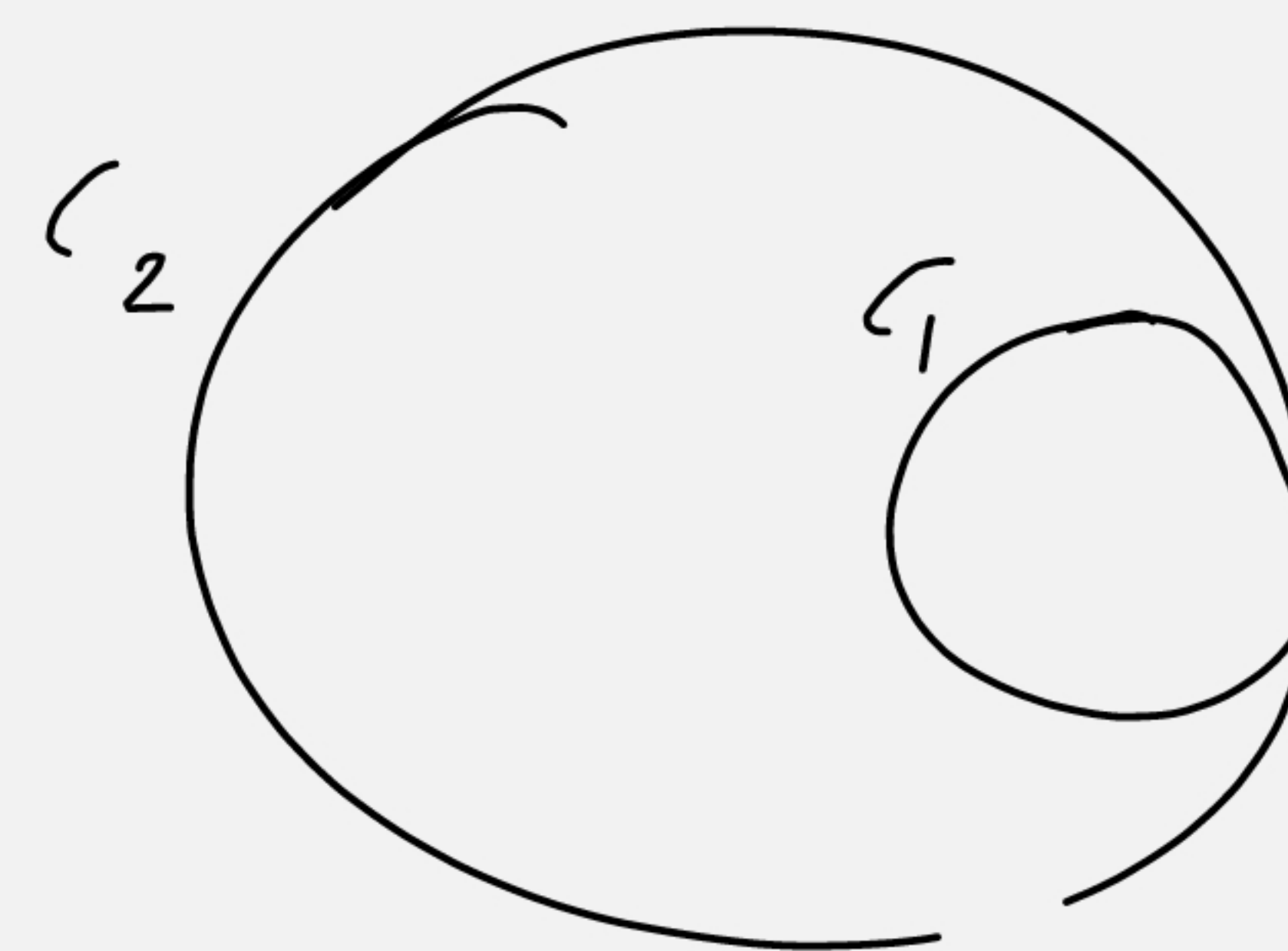
Για να $C_1: x^2 + y^2 = 1$ κέντρο $k_1(0, 0)$, ακτίνα $\rho_1 = 1$

Για να $C_2: (x-1)^2 + y^2 = 4$ $\Rightarrow k_2(1, 0)$, $\Rightarrow \rho_2 = 2$

Η απόσταση $S = |k_1 k_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (0-0)^2} = 1$

$$\rho_1 + \rho_2 = 3, \quad \rho_2 - \rho_1 = 2 - 1 = 1$$

Μεθοδολογία 68 σχετικά εύρεσης εξίσωσης κύκλου.



Πάντα θεωρώ την εξίσωση $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$

Ουσιαστικά έχω 3 unknown: x_0, y_0, ρ

Ασκή. 5 / Σελ. 87

Η εξίσωση του ζητούμενου κύκλου είναι $C: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = 25$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad \rho = 5 \\ A(4, 0) \in C \Rightarrow (4 - x_0)^2 + (0 - y_0)^2 = 25 \\ B(8, 0) \in C \Rightarrow (8 - x_0)^2 + (0 - y_0)^2 = 25 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} (4 - x_0)^2 + y_0^2 &= 25 \\ (8 - x_0)^2 + y_0^2 &= 25 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} (4 - x_0)^2 - (8 - x_0)^2 = 0 \Rightarrow \dots \end{cases}$$

Ασκή. 5	Σελ. 87
i, ii	87