

Η συνάρτηση εξισώνει
 $x^v = a$

	$a > 0$	$a < 0$
v άρτιος	$\pm \sqrt[v]{a}$	αδύνατο
v περιττός	$\sqrt[v]{a}$	$-\sqrt[v]{ a }$

$\textcircled{2}$
 $x = -2$

αβν. 4 / Σ ελ 87

$\sqrt[4]{16} = \sqrt{\sqrt{16}}$

iii) $x^5 - 16x = 0 \Leftrightarrow$

$x(x^4 - 16) = 0 \Leftrightarrow$

$\textcircled{x=0} \wedge x^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow$

$x^4 = 16$

$x = \pm \sqrt[4]{16}$

$\textcircled{x = \pm 2}$

$$\underbrace{(x^2-1)^5} - 16 \cdot \underbrace{(x^2-1)} = 0 \quad (1)$$

ΘΕΤΩ $x^2-1=y$

$$(1) \Leftrightarrow y^5 - 16y = 0$$

από την προκύπτουσα σχέση

$$y=0, \quad y=2, \quad y=-2$$

$$x^2-1=0 \quad (=)$$

$$x^2=1 \quad (=)$$

$$x=\pm 1$$

$$x^2-1=2 \quad (=)$$

$$x^2=3 \quad (=)$$

$$x=\pm\sqrt{3}$$

$$x^2-1=-2 \quad (=)$$

$$x^2=-1$$

αδύνατο

Η εξίσωση

$$ax^2+bx+c=0, \quad \mu\epsilon \quad a \neq 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

1) Αν $\Delta > 0$ 2 ρίζες $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

2) Αν $\Delta = 0$, $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$

3) Αν $\Delta < 0$, οι εξισώσεις είναι αδύνατες.

Οδηγία: Τον παραπάνω νόμο, δεν τον χρησιμοποιούμε
αν οι εξισώσεις είναι εξάγραμμες. Π.χ.

$$2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x^2 = 1 \Leftrightarrow \dots$$

$$x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$2x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow$$

$$x \cdot (2x + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\textcircled{x = 0} \quad \vee \quad 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x = -5 \Leftrightarrow$$

$$\textcircled{x = -\frac{5}{2}}$$

$$3x^2 + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$3x^2 = -5 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = -\frac{5}{3}$$

δεν ικανοποιείται

Agm 13 / 2ελ . 94

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) + 6 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Θετω } y = x + \frac{1}{x}$$

$$(1) \Leftrightarrow y^2 - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$a=1, b=-5, \gamma=6$$

$$\Delta = b^2 - 4a\gamma = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = \boxed{1} > 0 \Leftrightarrow$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$y_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = \textcircled{3}$$

$$y_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = \textcircled{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + x \cdot \frac{1}{x} = 3x \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 1 = 3x \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4a\gamma = 9 - 4 = 5 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x + \frac{1}{x} = 2$$

...

Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$1) \quad 3x^2 - 15x + 12 = 0$$

$$2) \quad 6x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$3) \quad x^2 - 101x + 100 = 0$$

$$4) \quad (2x^2 - 1)^4 - 5(2x^2 - 1)^2 + 4 = 0 \rightarrow \text{Υποδ. τ. } \theta: \text{ με } (2x^2 - 1)^2 = y$$

$$5) \quad x^3 - 5x^2 + 6x = 0$$

$$6) \quad x^3 - 7x^2 + 12x = 0$$