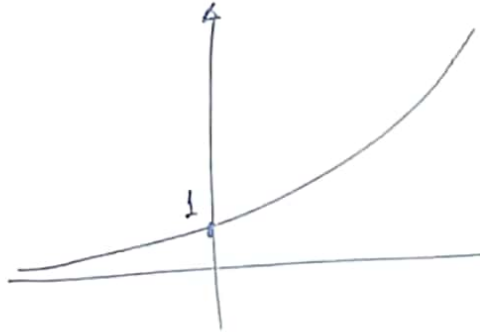


Η εκθετική και η λογαριθμική συνάρτηση
 Συμπεριφορά για ∞ .

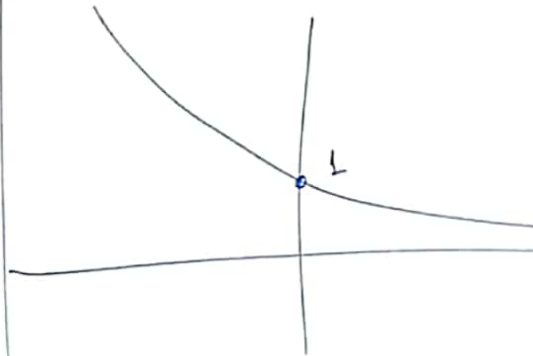
1) $f(x) = a^x, a > 1$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$$

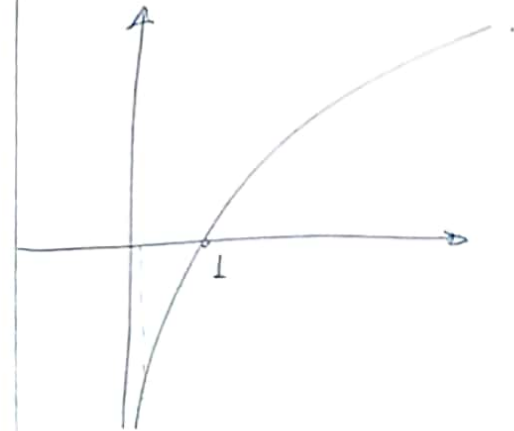
2) $f(x) = a^x, 0 < a < 1$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$$

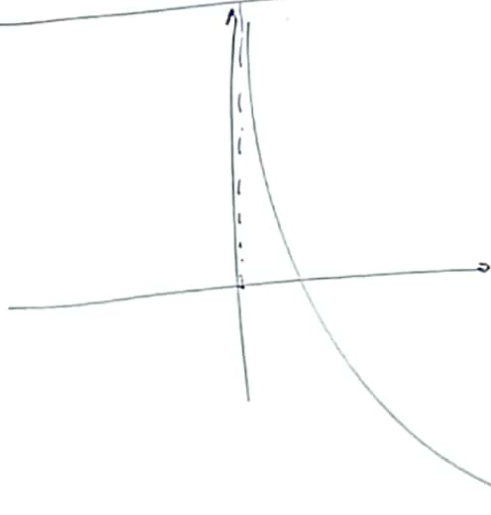
3) $f(x) = \log_a x, a > 1$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\log_a x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\log_a x) = -\infty$$

$f(x) = \log_a x, 0 < a < 1$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$$

Η εκθετική και η λογαριθμική συνάρτηση

Συμπεριφορά στα ∞ .

Υπολογισμός ορίου.

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x + 3^x - 1}{5^x - 2^x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x \left(\left(\frac{2}{3}\right)^x + 1 - \frac{1}{3^x} \right)}{5^x \left(1 - \left(\frac{2}{5}\right)^x + \frac{3}{5^x} \right)} = \frac{A(x)}{B(x)}$$

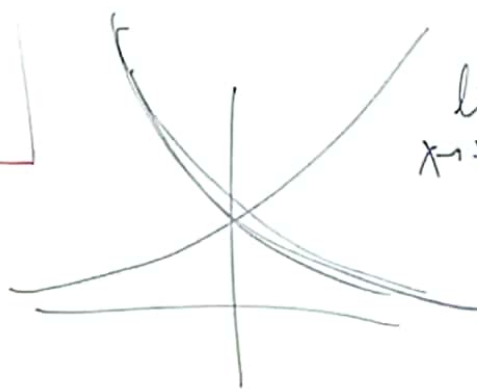
Όταν $x \rightarrow +\infty$ τότε
βρίσκω κοινό παράγοντα
στην εκθετική με μέγιστη βάση

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \frac{A(x)}{B(x)} = 0 \cdot \frac{1}{1} = 0$$

Όταν $x \rightarrow -\infty$ τότε
βρίσκω κοινό παράγοντα
στην εκθετική με ελάχιστη βάση

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^x = 0 \quad \cdot \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3^x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x = 0$$



Η εκθετική και η λογαριθμική συνάρτηση
 Συμπεριφορά για ∞ .

Υπολογισμός ορίου:

$$1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x + 3^x - 1}{5^x - 2^x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^x \cdot \left(1 + \left(\frac{3}{2}\right)^x - \frac{1}{2^x}\right)}{2^x \cdot \left(\left(\frac{5}{2}\right)^x - 1 + \frac{3}{2^x}\right)} = \frac{-\infty}{+\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^x = 0$$

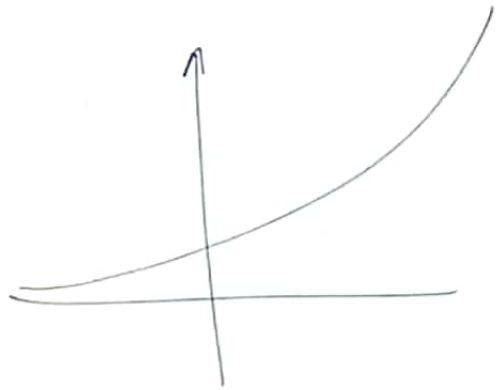
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2^x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5}{2}\right)^x = 0$$

Δεν ελέγχουμε αν
 το αρχικό όριο έχει
 προσδιοριστεί!!!

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^x = 0$$

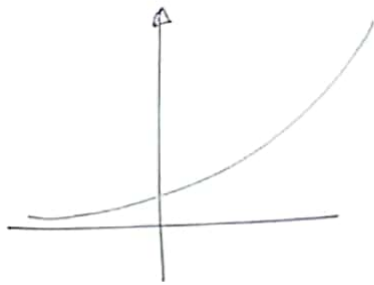
$$\text{Αρα αρχικό όριο } L = \frac{-1}{3}$$



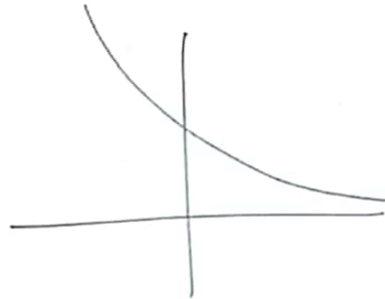
Η εκθετική και η λογαριθμική συνάρτηση.
Συμπεριφορά για ∞ .

$$3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x + 3^x}{7^x + 6^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x \cdot \left(\left(\frac{5}{3}\right)^x + 1\right)}{6^x \cdot \left(\left(\frac{7}{6}\right)^x + 1\right)} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{6}\right)^x \cdot \frac{A(x)}{B(x)} = +\infty$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{5}{3}\right)^x = 0, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{6}\right)^x = 0$$



$$\checkmark \Delta. \dot{\omega} \eta \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{6}\right)^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} A(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} B(x) = 1$$