

Μια ιδιότητα που ανολύκει κφών:

$$|a+b| \leq |a| + |b| \quad \text{για κάθε } a, b \in \mathbb{R}$$

Το "=" ισχύει $\Leftrightarrow$ a, b ομόσημοι ή μηδέν.

Παραδείγματα:

1)	$ 2+3 = 5 = 5$	}	Ανάλυση ισχύει το "=" ως ιδιότητα.
	$ 2 + 3 = 2 + 3 = 5$		

2) $a = 3, \quad b = -2$

$$|a+b| = |3+(-2)| = |3-2| = |1| = 1$$
$$|a| + |b| = |3| + |-2| = 3 + 2 = 5$$

αυχ.1 / Β'ΟΜ / ΣΕΛ 67

$$2 < 3$$

N.S.O. $|a-b| \leq |a-\gamma| + |\gamma-b|$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

Απόδειξη: $|a-b| = |\underline{a-\gamma} + \underline{\gamma-b}| \leq |a-\gamma| + |\gamma-b|$

Γενικά $|A+B| \leq |A| + |B|$

Αν $a, b \in \mathbb{R}$ με $a+b \neq 0$, $a-b \neq 0$ τότε

$$\frac{|a|}{|a+b|} + \frac{|b|}{|a-b|} \geq 1$$

$$|a+b| \leq |a| + |b| \Leftrightarrow \frac{1}{|a+b|} \geq \frac{1}{|a|+|b|}$$

Διότι είναι
ομογενής

$$\frac{|a|}{|a+b|} \geq \frac{|a|}{|a|+|b|} \quad (1)$$

$$|a-b| = |a+(-b)| \leq |a| + |-b| = |a| + |b| \quad \text{Αρ.2: } |a-b| \leq |a| + |b| \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{|a-b|} \geq \frac{1}{|a|+|b|} \Leftrightarrow \frac{|b|}{|a-b|} \geq \frac{|b|}{|a|+|b|} \quad (2)$$

$$\frac{|a|}{|a+b|} + \frac{|b|}{|a-b|} \geq \frac{|a|}{|a|+|b|} + \frac{|b|}{|a|+|b|} \Leftrightarrow$$

$$\frac{|a|}{|a+b|} + \frac{|b|}{|a-b|} \geq \frac{|a|+|b|}{|a|+|b|} = 1 \quad \underbrace{0. \varepsilon . 2.}$$