ασκ. 4 / Σελ. 136

(ii)

$$\begin{cases} \alpha_2 = \dfrac{8}{3} \\ \alpha_5 = \dfrac{64}{81} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 \cdot \lambda = \dfrac{8}{3} \\ \alpha_1 \cdot \lambda^4 = \dfrac{64}{81} \end{cases}$$

$\alpha_1, \lambda = ;$

$$\frac{\cancel{\alpha_1} \cdot \lambda}{\cancel{\alpha_1} \cdot \lambda^4} = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)}{\left(\frac{64}{81}\right)} \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda^3} = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{81}^{27}}{\cancel{3} \cdot \cancel{64}_{8}} \Leftrightarrow \frac{1}{\lambda^3} = \frac{27}{8} \Leftrightarrow$$

$$\lambda^3 = \frac{8}{27} \Leftrightarrow \lambda = \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\lambda = \frac{2}{3}$$

$$\alpha_1 \cdot \cancel{\frac{2}{3}} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{\alpha_1 \cdot \cancel{\frac{2}{3}}}{\cancel{\frac{2}{3}}} = \frac{\left(\frac{8}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)} \Leftrightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{\cancel{3} \cdot 8}{2 \cdot \cancel{3}} \Leftrightarrow \boxed{\alpha_1 = 4}$$

Τώρα λέμε ότι "ξέραμε την πρόοδο". Σημαίνει ότι ξέραμε όποιον όρο μας ζητηθεί: π.χ. $\alpha_{72} = \alpha_1 \cdot \lambda^{71} = 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{71}$.

Άθροισμα ν πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου.

$$S_\nu = a_1 + a_2 + \dots + a_\nu = a_1 \cdot \frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}.$$

Χωρίς απόδειξη.

Ασκ.10 / Σελ. 137

(i) $2+8+32+\dots+8192$

$\frac{8}{2} = 4$, $\frac{32}{8} = 4$ Άρα είναι γεωμ. πρόοδος με $a_1 = 2$, $\lambda = 4$

Ξέρω $2^{10} = 1024$, $2^{11} = 2048$, $2^{12} = 4096$ → $(2^2)^6 = 4096$, $4^6 = 4096$, $4^7 = 4096 \cdot 4$

Ζητάω την τάξη του όρου 8192

$$a_1 \cdot \lambda^{\nu-1} = 8192 \Leftrightarrow \frac{\cancel{2} \cdot 4^{\nu-1}}{\cancel{2}} = \frac{8192}{2} \Leftrightarrow 4^{\nu-1} = 4096 \Leftrightarrow 4^{\nu-1} = 4^6 \Leftrightarrow$$

$$\nu - 1 = 6$$

$$\nu = 7$$

Ζητάω το

$$S_7 = a_1 \cdot \frac{\lambda^7 - 1}{\lambda - 1} = 2 \cdot \frac{4^7 - 1}{4 - 1} = \dots$$

ασκ. 10 / Σελ. 137

$2^{10} = 1024$

$2^{11} = 2048$

ii) $4 + 2 + 1 + \dots + \frac{1}{512} = ;$

$\left.\begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{matrix}\right\}$ γεωμετρική πρόοδος με $\alpha_1 = 4$, $\lambda = \frac{1}{2}$

Ζητάω την τάξη του όρου $\frac{1}{512}$

$\alpha_\nu = \frac{1}{512} \Leftrightarrow$

$\alpha_1 \cdot \lambda^{\nu-1} = \frac{1}{512} \Leftrightarrow$

$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\nu-1} = \frac{1}{512} \Leftrightarrow \frac{\cancel{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\nu-1}}{\cancel{4}} = \frac{1}{512 \cdot 4}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\nu-1} = \frac{1}{2048} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\nu-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{11} \Leftrightarrow \nu - 1 = 11 \Leftrightarrow \nu = 12$

Ζητάω το $S_{12} = \alpha_1 \cdot \frac{\lambda^{12} - 1}{\lambda - 1} =$

$= 4 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{12} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 4 \cdot \frac{\frac{1}{4096} - 1}{-\frac{1}{2}} =$

$= 4 \cdot \frac{-\frac{4095}{4096}}{-\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{2 \cdot 4095}{4096} = \frac{4095}{512} \simeq 8$

Ασκ. 9 / Σελ 137

Ασκ. 10 iii / Σελ 137

$$a = 0{,}999\ldots$$

$$\begin{aligned} 10a &= 9{,}999\ldots \\ -\quad a &= 0{,}999\ldots \\ \hline 9a &= 9 \end{aligned}$$

$$\frac{\cancel{9}a}{\cancel{9}} = \frac{9}{9} \Leftrightarrow$$

$$a = 1$$