

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε
το τριώνυμο $A(x) = -x^2 + 3x - \lambda$
να διατηρεί πρόσημο $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{Πρέπει } \Delta < 0 & \Leftrightarrow \\ 3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-\lambda) < 0 & \Leftrightarrow \\ 9 - 4\lambda < 0 & \Leftrightarrow \\ -4\lambda < -9 & \Leftrightarrow \\ \lambda > \frac{9}{4} \end{aligned}$$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε

η ανίσωση $-x^2 + 3x - \lambda < 0$ ⁽¹⁾
να αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$
↓ αλήθεια

το είναι
η πραγματική
απόδειξη

πρέπει το τριώνυμο
να διατηρεί πρόσημο

$$\text{πρέπει } \Delta < 0 \Leftrightarrow \dots \lambda > \frac{9}{4}$$

επειδή $a = -1 < 0 \Rightarrow$ για $\lambda > \frac{9}{4}$ η ανίσωση (1)
αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση $-x^2 + 3x - \lambda > 0$
να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Απόδειξη Δεν μπορεί η ανίσωση να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Για το διαγώνισμα θα έχουμε ασκήσεις 62-104-105
και 112-114. [δευτεροβάθμιες ανισώσεις - διαίρεση προβήτων υριωνύμων]

Ασκή. 6 / Σε λ. 114

$$A(x) = (\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda, \quad \lambda \neq -2$$

$$\begin{array}{c} -3 \quad 0 \\ \hline + \quad \phi \quad - \quad \phi \quad + \end{array}$$

i) $\Delta < 0 \Leftrightarrow A = \lambda + 2, B = -2\lambda, \Gamma = 3\lambda$

$$\lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$$

$$(-2\lambda)^2 - 4 \cdot (\lambda + 2) \cdot 3\lambda < 0 \Leftrightarrow$$

$$4\lambda^2 - 12\lambda(\lambda + 2) < 0 \Leftrightarrow$$

$$4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow$$

$$-8\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{8\lambda^2}{8} + \frac{24\lambda}{8} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\lambda^2 + 3\lambda > 0$$

ii) $(\lambda + 2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0, \quad \lambda \neq -2$

να λληθῇ $\forall x \in \mathbb{R}$

ρείρη $\Delta < 0$ και

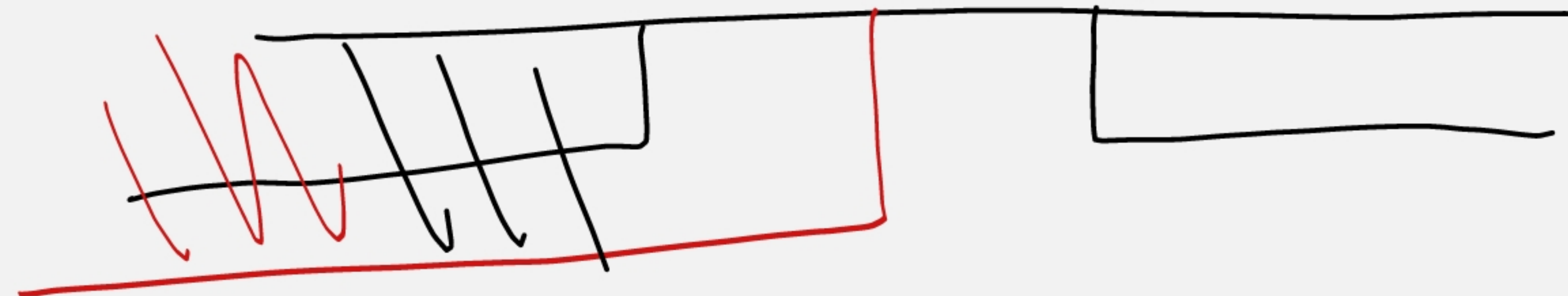
$$\Leftrightarrow \lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$$

$$\lambda + 2 < 0$$

$$\lambda < -2$$

Αολ

$$\lambda < -3$$



διαίρεση προβήτων

1) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση

$$\lambda x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda - 1) > 0 \quad \text{να αληθεύει} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση

$$(\lambda - 4)x^2 + 3x - (\lambda + 4) < 0 \quad \text{να αληθεύει} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

3) ομοίως $x^2 - (8\lambda - 2)x + 15\lambda^2 - 2\lambda - 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Υποδείξεις: (1) $\Delta < 0$  $\lambda > 0$