Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο $A(x) = -x^2+3x-\lambda$ να διατηρεί πρόσημο $\forall x \in \mathbb{R}$.

Πρέπει $\Delta < 0 \iff$

$3^2 - 4\cdot(-1)(-\lambda) < 0 \iff$

$9 - 4\lambda < 0 \iff$

$-4\lambda < -9 \iff$

$\lambda > \frac{9}{4}$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση $-x^2+3x-\lambda < 0$ (1) να αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ανήκει

το σύνολο των πραγματικών αριθμών

πρέπει το τριώνυμο να διατηρεί πρόσημο

πρέπει $\Delta < 0 \iff \dots \lambda > \frac{9}{4}$

επειδή $a = -1 < 0 \Rightarrow$ για $\lambda > \frac{9}{4}$ η ανίσωση (1) αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση $-x^2+3x-\lambda > 0$ να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Απάντηση: Δεν μπορεί η ανίσωση να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Για το διαγώνισμα θα έχουμε ασκήσεις σελίδων 104-105 και 112-114. [δευτεροβάθμιες ανισώσεις - διατήρηση προσήμου τριωνύμου]

Άσκ. 6 / Σελ. 114

$A(x) = (\lambda+2)x^2 - 2\lambda x + 3\lambda, \quad \lambda \neq -2$

i) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$, $A = \lambda+2$, $B = -2\lambda$, $\Gamma = 3\lambda$

$(-2\lambda)^2 - 4\cdot(\lambda+2)\cdot 3\lambda < 0 \Leftrightarrow$

$4\lambda^2 - 12\lambda(\lambda+2) < 0 \Leftrightarrow$

$4\lambda^2 - 12\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow$

$-8\lambda^2 - 24\lambda < 0 \Leftrightarrow$

$\frac{8\lambda^2}{8} + \frac{24\lambda}{8} > \frac{0}{8}$

$\lambda^2 + 3\lambda > 0$

	-3		0	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

ii) $(\lambda+2)\cdot x^2 - 2\lambda x + 3\lambda < 0$, $\lambda \neq -2$

να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

διατήρηση προσήμου

Πρέπει $\Delta < 0$ και $\lambda + 2 < 0$

$\Leftrightarrow \lambda \in (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$ $\quad \lambda < -2$

$-3 \quad -2 \quad 0$

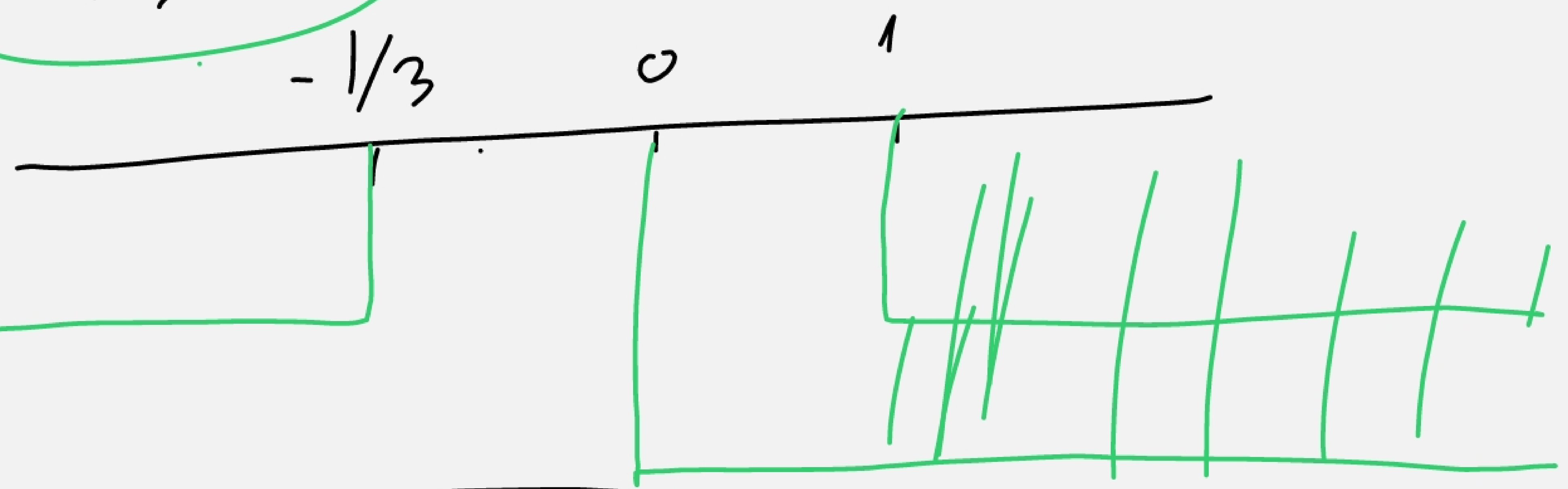
Άρα $\boxed{\lambda < -3}$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση $\lambda x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda - 1) > 0 \quad (1)$

να αληθεύει $\forall x \in \mathbb{R}$

Το τριώνυμο διατηρεί πρόσημο

Πρέπει: $\Delta < 0 \iff$ και $\lambda > 0$



$$(\lambda - 1)^2 - 4\lambda(\lambda - 1) < 0 \iff$$

$$(\lambda - 1)\left[(\lambda - 1) - 4\lambda\right] < 0 \iff$$

$$(\lambda - 1)(\lambda - 1 - 4\lambda) < 0 \iff$$

$$(\lambda - 1)(-3\lambda - 1) < 0$$

$$-3\lambda^2 - \lambda + 3\lambda + 1 < 0 \iff$$

$$-3\lambda^2 + 2\lambda + 1 < 0$$

$\lambda = 1 \qquad \lambda = -1/3$

λ		$-1/3$		1	
$-3\lambda^2+2\lambda+1$	$-$	0	$+$	0	$-$

$\lambda \in (-\infty, -1/3) \cup (1, +\infty)$

Άρα $\lambda > 1$

Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ανίσωση $(\lambda-4)x^2+3x-(\lambda+4)<0$ (1) για κάθε $x \in \mathbb{R}$

Πρέπει και αρκεί: $\Delta < 0$ και $\lambda - 4 < 0 \iff$

$\lambda < 4$

$$3^2-4\cdot(\lambda-4)\cdot\left[-(\lambda+4)\right]<0$$

$$9+4(\lambda-4)\cdot(\lambda+4)<0 \iff$$

$$9+4(\lambda^2-16)<0$$

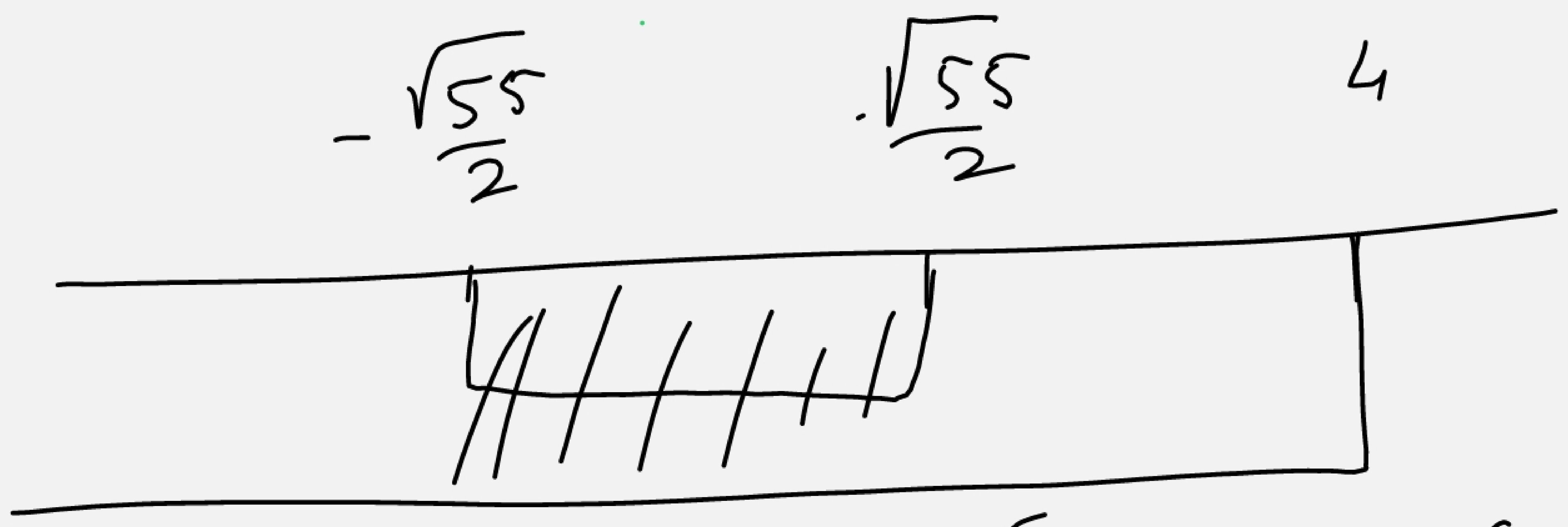
$$9+4\lambda^2-64<0 \iff$$

$$4\lambda^2-55<0 \iff$$

$$4\lambda^2<55 \iff \lambda^2<\frac{55}{4} \iff$$

$$\sqrt{\lambda^2}<\sqrt{\frac{55}{4}} \iff |\lambda|<\frac{\sqrt{55}}{2} \iff$$

$$-\frac{\sqrt{55}}{2}<\lambda<\frac{\sqrt{55}}{2}$$



Άρα $-\frac{\sqrt{55}}{2}<\lambda<\frac{\sqrt{55}}{2}$, $\lambda \in$ .....

$$\frac{7}{2}<\frac{\sqrt{55}}{2}<\frac{8}{2}$$

1^2 2^2 3^2 7^2, 8^2

$$3{,}5<\frac{\sqrt{55}}{2}<4$$

Ασκήσεις: Σελ. 113 ασκ. 10, 11

Επίσης να λυθεί το σύστημα των ανισώσεων $\Big\}$ $x^2 < 3$ και $x^2 - 5x + 4 > 0$