

ΟΡΙΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

1. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια :

α. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^3 + 7x^2 + 3)$

β. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^5 + 4x^4 + x - 3)$

γ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{4x^2 + 6}$

δ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 5x + 2}{4x^2 + 6}$

ε. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 8}$

στ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-7}{x^2+x+1} + \frac{6x^4 - \sqrt{3}}{3x^4 + 8} \right)$

ζ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 5}{x-1} - \frac{x^3 + 1}{x} \right)$

η. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x+2} - x + 1 \right)$

2. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια της συνάρτησης :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x+3}{x^2-4}, & x < -2 \\ 2x^4 - 5x^6 + 7, & x > 3 \end{cases} \quad \text{στο } -\infty \text{ και στο } +\infty$$

3. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$f(x) = \frac{(x+1)^{2016} + (x+2)^{2016} + \dots + (x+2016)^{2016}}{x^{2016} + 2016^2} \quad \text{στο } -\infty$$

$$g(x) = \frac{(x+1) \cdot (x+2) \cdot \dots \cdot (x+2016)}{(x+2015)^{2016}} \quad \text{στο } +\infty$$

4. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

α. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3x-6| - |1-x| + 3}{x-6}$

β. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^5 - |x^5 - x + 1|)$

γ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot |x^2 - x - 2|}{5x - |x-1|}$

5. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

α. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 3x + 2}$

β. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x^2 + 2x}$

γ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{x^2+7}-4}$

δ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^4 - 3x^2 + 1} + 2x - 1)$

ε. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{5x^2 - 3x + 4}}{3x - 2}$

5. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

α. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + x + 2} + 3x)$ β. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^4 + 3} - \sqrt{9x^4 + 5})$

γ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x+5} - \sqrt[3]{x-3})$

6. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow -\infty} (4x + 8 + \sqrt{16x^2 - 4x + 4})$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{25x^4 - 3x^2 + 6} - 5x^2 + 2x - 1)$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+5x+3}-x)\sqrt{3x^2+1}}{\sqrt{3x-2}}$$

7. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + x} + \sqrt{4x^2 - 2x + 6} - 5x)$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{4x^2 + 5x + 1} - x)$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{4x^2 + 5} - \sqrt{9x^2 + 2x + 1})$$

$$\delta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 8} - \sqrt{x^2 + x + 1})$$

8. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\eta\mu x}{x} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \eta\mu \frac{1}{x}$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow +\infty} \eta\mu \frac{1}{x} \quad \delta. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x}$$

9. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\eta\mu x}{1+x^2} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x^2}$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-6x+x\eta\mu x}{x^2-3x}$$

10. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+x^3\eta\mu\frac{1}{x}}{2x^2+7} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\eta\mu\frac{1}{2x}}{\sqrt{4x^2+x+3}+2x}$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^5 \cdot \eta\mu \frac{1}{x^2}) \quad \delta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \cdot \eta\mu^4 \frac{1}{x})$$

11. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2\sigma\upsilon\nu\frac{1}{x}-x^2}{2x-3} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x+2}{\sqrt{x^2+3}-x} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{3x-2}{x^2+1})$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow -\infty} [\frac{x^2-3x+5}{x^3+1} \cdot \sigma\upsilon\nu(3x)]$$

12. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)\eta\mu \frac{2}{x}$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x) \eta \mu \frac{5}{x}$$

13. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων στο $+\infty$ και στο $-\infty$:

$$\alpha. f(x) = \frac{3^{x+1} - 3 \cdot 5^x}{5 \cdot 3^x + 2 \cdot 5^{x-1}}$$

14. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = \frac{e^{x+1} - e^{2x}}{e^x - 3}, \text{ στο } +\infty$$

$$\beta. g(x) = \frac{3^{x+1} + 3^x}{3^{-x} + 1}, \text{ στο } +\infty$$

$$\gamma. h(x) = \frac{5^{x+1} + 2^{x+3}}{3^x + 4^{x+1}}, \text{ στο } +\infty$$

$$\delta. k(x) = \frac{6^x + 2^{x+1}}{3^x + 2^x}, \text{ στο } -\infty$$

15. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = 2^{\frac{x - \eta \mu x}{x+3}}, \text{ στο } -\infty$$

$$\beta. g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{1-x}}, \text{ όταν } x \rightarrow 1$$

16. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = \frac{\ln^2 x + \ln x + 2}{2 \ln^2 x - 3 \ln x + 7}, \text{ στο } +\infty$$

$$\beta. g(x) = \log(\ln x) \text{ όταν } x \rightarrow 1$$

$$\gamma. h(x) = 2 \ln(3x) - \ln(x^2 + x + 1), \text{ στο } +\infty$$

$$\delta. K(x) = 3 \ln x - \ln(2x^2 - x + 1), \text{ στο } +\infty$$

17. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = \ln(x + \eta \mu x) - 2 \ln x, \text{ στο } +\infty$$

$$\beta. g(x) = x - \ln(2 + e^{x+3}), \text{ στο } +\infty$$

18. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = e^{\frac{2x^2-1}{x+5}} \cdot \eta \mu \frac{1}{x}, \text{ στο } -\infty$$

$$\beta. g(x) = \frac{2 + \ln^2|x|}{4 - \ln^2|x|}, \text{ στο } -\infty$$

19. Να βρείτε αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^x$

20. Να βρείτε εφόσον υπάρχουν τα όρια των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = \ln(2015 + e^x) - \frac{1}{2}x, \text{ στο } +\infty$$

$$\beta. g(x) = \left(4 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}, \text{ στο } +\infty \quad h(x) = \left(\frac{2+x}{2 \cdot x}\right)^x, \text{ στο } +\infty$$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΑ ΟΡΙΑ

21. Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ να υπολογίσετε τα όρια :

$$a. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\lambda(x^3+x)-2x^3+x+1}{\lambda x^2+2} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{\lambda x^2+2x+3} - x)$$

22. Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α να υπολογίσετε τα όρια :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2+6x+10} + \alpha x - 2)$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+1} - 2x \eta \mu \alpha), \alpha \in [0, 2\pi]$$

23. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2a^x - 3 \cdot 2^{2x}}{2^{2x} + a^x}$. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ για τις

διάφορες τιμές του $\alpha \in (0, +\infty)$.

24. Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου α να υπολογίσετε τα όρια των συναρτήσεων :

$$f(x) = \frac{a(x^3+x^2)-(x^3+1)}{a^2x^3-(x+1)(x^2-1)} \quad \text{όταν } x \rightarrow +\infty \text{ και } \alpha \in \mathbb{R}.$$

$$g(x) = \frac{x^3 \eta \mu \alpha + 2x - \eta \mu \alpha}{x^2 + 2x \cdot \eta \mu \alpha + 1} \quad \text{όταν } x \rightarrow -\infty \text{ και } \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

25. Να προσδιορίσετε τους πραγματικούς α, β για τους οποίους ισχύει :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2+4x+2} - (a+1)x + 2\beta) = -\frac{4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+x+1} - \sqrt{9x^2+1} - \alpha x + \beta) = -\frac{1}{2}$$

26. Αν $f(x) = \frac{3x^2-x}{x+2a} + \alpha x + \beta$ να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty.$$

27. Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση