

ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΙΣΗΣ – ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΣΥΝΘΕΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

1. Να βρεθούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = x^2 \ln x \quad \beta. f(x) = \sqrt{x} \eta \mu x \quad \gamma. f(x) = \frac{x^4}{4} - 3\sqrt[3]{x} - e^x + 2$$

$$\delta. f(x) = \frac{\ln x}{e^x} \quad \epsilon. f(x) = \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} \quad \sigma\tau. f(x) = \frac{2}{x^2+x+1}$$

$$\zeta. f(x) = \frac{\eta \mu x}{e^x} \quad \eta. f(x) = \frac{\sigma \upsilon \nu x}{1+\eta \mu x} \quad \theta. f(x) = \frac{e^x+1}{e^x-1}$$

2. Να υπολογιστούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = (x^2 - x + 1)^5 \quad \beta. f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5} \quad \gamma. f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$\delta. f(x) = \sigma \varphi^4 x \quad \epsilon. f(x) = \sigma \upsilon \nu(\eta \mu x) \quad \sigma\tau. f(x) = \ln^3(\eta \mu x)$$

$$\zeta. f(x) = e^{x \eta \mu x} \quad \eta. f(x) = \sqrt[5]{(x-1)^2} \quad \theta. f(x) = \eta \mu(\ln x)$$

$$\iota. f(x) = \sigma \upsilon \nu(\eta \mu x) + \epsilon \varphi(1 + x^2) \quad \kappa. f(x) = \ln^2(1 + e^x)$$

3. Να υπολογιστούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων :

$$\alpha. f(x) = 2^{x+\ln x} \quad \beta. f(x) = \epsilon \varphi(\eta \mu(\sigma \upsilon \nu x)) \quad \gamma. f(x) = x^{\sqrt{x}}$$

$$\delta. f(x) = (\eta \mu x)^{\ln x} \quad \epsilon. f(x) = (x^2 + 3)^{\eta \mu x}$$

4. Να βρείτε την παράγωγο της $f(x) = |x^2 - x - 2|$

5. Δίνονται οι παραγωγίσιμες συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ των οποίων οι γραφικές

παραστάσεις διέρχονται από την αρχή των αξόνων. Αν ισχύει $g'(0) = 3$ και

$$f(x) \cdot (x^2 + 3x + 3) + \frac{g(x)}{e^x} = x^3 + 3x \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R} \text{ να βρεθεί το } f'(0).$$

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta \mu e^x$. Να αποδείξετε ότι $\frac{f'(x) - f''(x)}{e^{2x}} = f(x)$

7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{ax} \eta \mu x$. Να αποδείξετε ότι :

$$f''(x) - 2af'(x) + (1 + a^2)f(x) = 0$$

8. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$$f^3(x) + 3xf(x) = x^3 - 1 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}. \text{ Να βρεθεί το } f(0) \text{ και } f'(0).$$

9. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$$f^2(x) \cdot f(2-x) = -x^3 + x^2 + 5x + 3 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}. \text{ Να βρεθεί το } f'(1)$$

και το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$.

10. Δίνεται η άρτια και παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$f(1) = f'(1) = 2$. α. Να αποδείξετε ότι $f'(0) = 0$

β. Αν $g(x) = f(x^2 + x) + x^2 \cdot f(x)$ να βρεθεί το $g'(-1)$.

11. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$f^3(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = \eta\mu(\pi x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρεθεί το $f'(1)$.

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 2x$.

α. Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται.

β. Να βρείτε την $(f^{-1})'(3)$

13. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ παραγωγίσιμη και 1-1 για την οποία ισχύει :

$f(2) = 2$ και $f'(2) = 1$

α. Να βρείτε την $(f^{-1})'(2)$

β. Θεωρούμε τη συνάρτηση $g(x) = f^3(x) + 2f(x) - 8$.

i) Να αποδείξετε ότι η g αντιστρέφεται.

ii) Να βρείτε την $(g^{-1})'(4)$

