

ΑΣΥΜΠΤΩΤΕΣ

1. Να βρείτε τις κατακόρυφες ασύμπτωτες των συναρτήσεων :

α. $f(x) = \frac{x^2-2x-8}{x^2-4}$ β. $g(x) = \frac{\ln(9-x^2)}{x^2}$

γ. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x-1}, & \text{αν } x \leq 0 \\ \frac{\ln x}{x}, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$

2. Να βρείτε τις οριζόντιες ασύμπτωτες των συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{x-1}$

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2-6x+13}{x-1}$. Να αποδείξετε ότι η ευθεία $y = 2x - 4$ είναι πλάγια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$ και στο $-\infty$.

4. Να βρείτε τις οριζόντιες ή πλαγιες ασύμπτωτες των συναρτήσεων :

α. $f(x) = \frac{2x^3-5x^2+6}{x^2-4x+3}$ β. $g(x) = 7x^2 - 56x + 89$

γ. $h(x) = \frac{8x^5-17x^4+x^2+65}{4x^2-97x+3}$ δ. $k(x) = \sqrt{x^2+1} - x$

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+x-1+\eta\mu x}{x+1}$. Να βρείτε :

α. την ασύμπτωτη ε της C_f στο $+\infty$

β. τα σημεία τομής της ε και της C_f .

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x^2 + \beta x + 7}{x + \gamma}$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές των α, β και γ ώστε η C_f να έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη την $x = 1$ και πλάγια ασύμπτωτη στο $+\infty$ την $y = 2x + 3$.

7. Αν η C_f έχει ασύμπτωτη στο $+\infty$ την $y = 5x + 1$ να βρεθεί το

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x) - 3x^2 + x\eta\mu x}{x^2 f(x) - 5x^3}$$

8. Η C_f έχει ασύμπτωτη στο $+\infty$ την $y = 2x - 3$. Να βρείτε :

α. το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x) - 4x^2 + \sqrt{x^4+1}}{x^2 f(x) - 2x^3 + x^3 \cdot \eta\mu \frac{1}{x}}$

β. τον αριθμό $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x) - 2x^2 + \lambda x + 13}{\lambda f(x) - 4x + 21} = \frac{4}{7}$