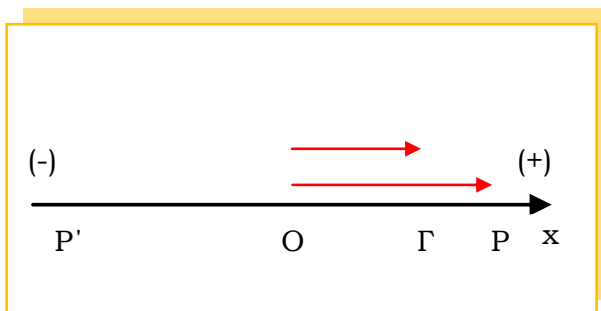


ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση ανάμεσα σε δύο ακραίες θέσεις P και P' με θέση ισορροπίας το σημείο O και πλάτος $A=10\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$ το σώμα περνά από τη θέση Γ, όπου $x_1=+5\sqrt{3}\text{ m}$, κινούμενο προς τα θετικά. Αν τη χρονική στιγμή $t_2=4\text{s}$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας O κινούμενο προς τ' αριστερά, βρείτε την αρχική φάση Φ_0 της ταλάντωσης.



Απ.: $\frac{\pi}{9}\text{ rad}$

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=40\text{cm}$ και συχνότητας $f=0,25\text{Hz}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά. Για πόσο χρόνο το σώμα θα απέχει από τη θέση ισορροπίας του περισσότερο από $20\sqrt{3}\text{ cm}$ όταν κινείται στον θετικό ημιάξονα;

Απ.: $\frac{2}{3}\text{s}$

3. Σώμα ξεκινά από την ηρεμία τη χρονική στιγμή $t=0$ με επιτάχυνση $a=-8\pi^2\text{ m/s}^2$ και κάνει απλή αρμονική ταλάντωση μεταξύ δύο θέσεων που απέχουν $l=4\text{m}$. Να βρείτε:
- το πλάτος της ταλάντωσης
 - την περίοδο της ταλάντωσης
 - την αρχική φάση Φ_0 της ταλάντωσης και την εξίσωση της απομάκρυνσης,
 - την εξίσωση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και την τιμή της ταχύτητας όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι για πρώτη φορά $x_1=+1\text{m}$.

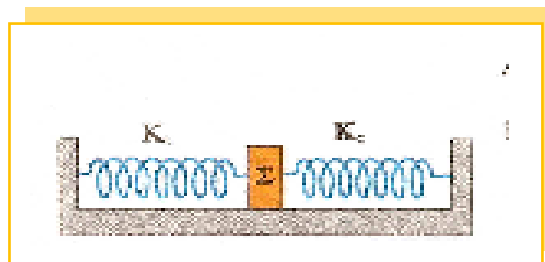
Απ.: **i.** 2m **ii.** 1s **iii.** $\frac{\pi}{2}\text{ rad}$ και $x=2\eta\mu(2\pi t+\frac{\pi}{2})$ **iv.** $v=4\pi\sigma\upsilon\nu(2\pi t+\frac{\pi}{2})$ και $v=-2\pi\sqrt{3}\text{ m/s}$

4. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=1\text{m}$ και περιόδου $T=2\text{s}$. Αν τη χρονική στιγμή $t_1=0$ η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι $x_1=+\frac{\sqrt{2}}{2}\text{m}$ και η ταχύτητά του είναι αρνητική, να βρείτε:

- τη σταθερά επαναφοράς D
- την αρχική φάση Φ_0 της ταλάντωσης
- τη δύναμη επαναφοράς τη χρονική στιγμή $t_2=3\text{s}$.

Απ.: **i.** $2\pi^2\text{ N/m}$ **ii.** $\frac{3\pi}{4}\text{ rad}$ **iii.** $+\pi^2\sqrt{2}\text{ N}$

5. Το σώμα του σχήματος, μάζας $m=1\text{kg}$ αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δεμένο στα ελεύθερα άκρα ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=10\text{ N/m}$ και $k_2=6\text{ N/m}$. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του στη διεύθυνση των ελατηρίων κατά $\Delta x = 0,1\text{ m}$ και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.



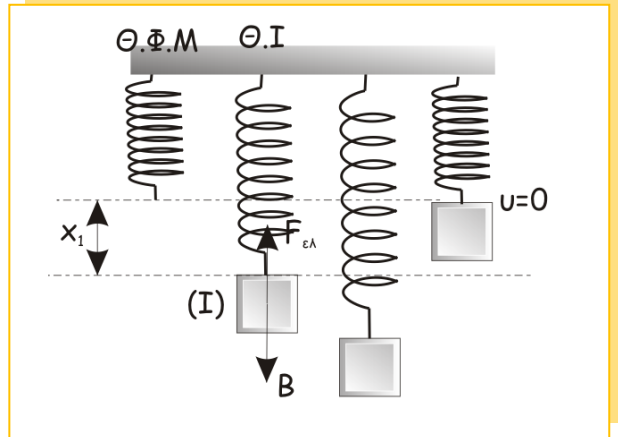
Απλή Αρμονική Ταλάντωση

- Να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση
- Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης
- Να βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

Απ.: **i.** $\Sigma F = -(k_1 + k_2)x$ **ii.** $\frac{\pi}{2}$ s **iii.** 0,4 m/s

6.

Σώμα μάζας $m=4\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου. Στη θέση ισορροπίας του σώματος το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $x_1=0,4\text{m}$. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $x_2=0,8\text{m}$ και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο. Να βρείτε:



- τη σταθερά k του ελατηρίου
- ότι το σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης
- τη δύναμη επαναφοράς και τη δύναμη του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος και στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

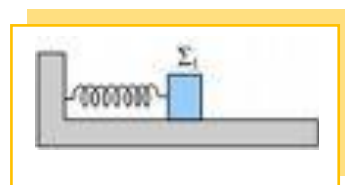
Απ.: **i.** 100 N/m **ii.** $0,4\pi$ s **iii.** Στη θέση ισορροπίας $F_{\text{ελ}}=40$ N
Στη θέση φυσικού μήκους $F_{\text{ελ}}=0$ N

7. Σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ είναι προσαρτημένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο $T=\frac{\pi}{10}$ s.

- Να υπολογίσετε:
 - τη σταθερά k του ελατηρίου
 - το μέτρο της απομάκρυνσης του σώματος στη θέση στην οποία η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι $U_1=2\text{J}$.
- Αν η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης στην παραπάνω θέση είναι ίση με την κινητική, να υπολογίσετε:
 - το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στη θέση αυτή
 - το πλάτος της ταλάντωσης
- Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη θέση $x_1=0,1\text{m}$ έως τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος είναι ίση με $U_1=4\text{J}$.

Απ.: **i.** $k=400$ N/m, $x_1=0,1\text{m}$ **ii.** 2 m/s, $0,1\sqrt{2}$ m **iii.** 2J

8. Το σώμα Σ_1 του σχήματος είναι συνδεδεμένο στο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=900$ N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα ταλαντώνεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με



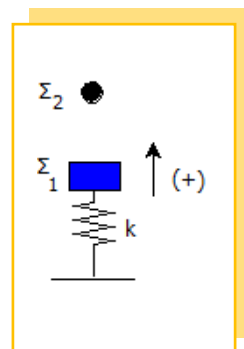
περίοδο $T = \frac{\pi}{15}$ s. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $v=6\text{m/s}$ κινούμενο προς τα θετικά. Να βρείτε:

- i. το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
- ii. τη μάζα του σώματος
- iii. την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από 0 έως $\frac{2\pi}{15}$ s
- iv. για ποιες απομακρύνσεις ισχύει $K=3U$, όπου K η κινητική ενέργεια και U η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος.

Απ.: **i.** 0,2m **ii.** 1kg, **iv.** $\pm 0,1\text{m}$

9.

Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο επάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 με μάζα $M=4\text{kg}$ που ισορροπεί. Δεύτερο σώμα Σ_2 με μάζα $m=1\text{kg}$ βρίσκεται πάνω από το σώμα Σ_1 σε άγνωστο ύψος h , όπως φαίνεται στο σχήμα. Μετακινούμε το σώμα Σ_1 προς τα κάτω κατά $d=\frac{\pi}{20}\text{m}$ και το αφήνουμε ελεύθερο, ενώ την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο και το σώμα Σ_2 .

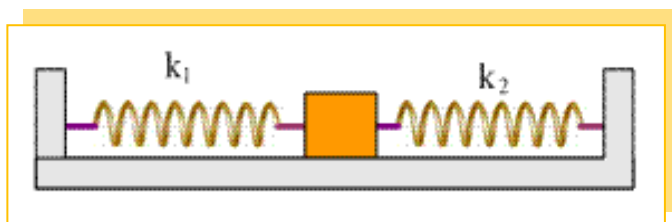


- i. Να υπολογίσετε την τιμή του ύψους h ώστε τα δύο σώματα να συναντηθούν στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 .
- ii. Αν η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.
- iii. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
- iv. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο συσσωμάτωμα. Δίνεται ότι $\pi^2=10$ και $g=10\text{m/s}^2$.

Απ.: **i.** 0,5m **iii.** 0,1m, **iv.** 60N

10.

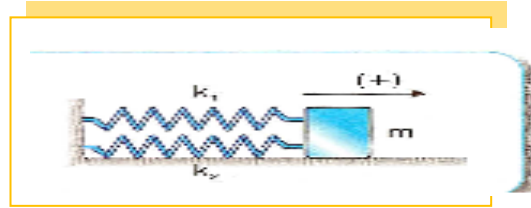
Ένα σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ενωμένο με δύο οριζόντια ελατήρια, όπως στο σχήμα. Τα δύο ελατήρια είναι επιμηκυμένα κατά $x_1=0,1\text{m}$ και $x_2=0,2\text{m}$ αντίστοιχα.



- i. Εάν η σταθερά του πρώτου ελατηρίου είναι $k_1=100\text{N/m}$, να βρεθεί η σταθερά k_2 του άλλου ελατηρίου.
- ii. Εκτρέπουμε το σώμα κατά $x=0,3\text{m}$ προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο.
 - α) Να αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να βρεθεί η περίοδος της ταλάντωσης.
 - β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος, όταν το σώμα διέρχεται από το φυσικό μήκος του πρώτου ελατηρίου και από το φυσικό μήκος του δεύτερου ελατηρίου.
 - γ) Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση του σώματος. ($\pi^2=10$)

Απ.: **i.** 50N/m **ii.** α) $\frac{\pi\sqrt{6}}{15}$, β) 15N, -30N γ) $3\sqrt{1,5}$ m/s, 45 m/s²

- 11.** Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ενωμένο στα ελεύθερα άκρα δύο οριζόντιων ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=k_2=400\text{N/m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Απομακρύνουμε το σώμα κατά $x=+0,1\text{m}$ από τη θέση ισορροπίας και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο.

- i) Να αποδειχθεί ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να βρεθεί η περίοδος της ταλάντωσης.
- ii) Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
- iii) Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης που δέχεται ο κατακόρυφος τοίχος τις χρονικές στιγμές $t_1=\frac{\pi}{20}\text{ s}$ και $t_2=\frac{\pi}{80}\text{ s}$.

Απ.: **i.** $\frac{\pi}{10}\text{s}$, **ii.** $0,1\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2})\text{ S.I.}$, **iii.** $-80\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2})$