Σύνθεση Ταλαντώσεων

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις

$$x_1=4\eta\mu(100\pi t) \quad \text{και} \quad x_2=3\eta\mu(100\pi t+\frac{\pi}{2}) \quad (S.I)$$

ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας.

i. Να κάνετε στο ίδιο διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις των απομακρύνσεων των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο.

ii. Να γράψετε τη εξίσωση της σύνθετης ταλάντωσης.

iii. Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος όταν αυτό εκτελεί τη σύνθετη ταλάντωσης.

Απ.: ii. $x=5\eta\mu(100\pi t+\theta)$ (S.I) με $\varepsilon\varphi\theta=\frac{3}{4}$

iii. $\upsilon=500\pi\,\sigma\upsilon\nu(100\pi t+\theta)$ (S.I) και $\alpha=-5\cdot10^4\,\pi^2\,\eta\mu(100\pi t+\theta)$ (S.I)

2. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση με εξισώσεις

$$x_1=0{,}01\eta\mu(2\pi t) \quad \text{και} \quad x_2=0{,}01\eta\mu(2\pi t+\frac{\pi}{3}) \quad (S.I)$$

i. Ποια είναι η περίοδος της σύνθετης ταλάντωσης;

ii. Να βρείτε το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης του σώματος και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης.

Απ.: i. 1s ii. $A=0{,}01\sqrt{3}$ m, $x=0{,}01\sqrt{3}\,\eta\mu(2\pi t+\frac{\pi}{6})$ στο (S.I)

3. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με περίοδο T=1,2s η καθεμία με πλάτη $A_1=5$cm και $A_2=2$cm. Οι ταλαντώσεις αυτές γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο.

i. Να βρείτε την περίοδο της σύνθετης ταλάντωσης

ii. Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη δυνατή τιμή του πλάτους της σύνθετης ταλάντωσης;

iii. Αν οι αρχικές φάσεις των δύο ταλαντώσεων είναι 0, να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μετά από χρόνο t=0,1s από την αρχή της ταλάντωσής του.

Απ.: i. 1,2s ii. $A_{max}=A_1+A_2=7$cm, $A_{min}=A_1-A_2=3$cm iii. +3,5cm

4. Ένα σώμα μάζας $m=10^{-3}$kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δύο ταλαντώσεων είναι

$$x_1=4\eta\mu2t \quad \text{και} \quad x_2=4\eta\mu(2t+\frac{\pi}{3}) \quad (\text{τα } x_1, x_2 \text{ σε cm, το } t \text{ σε s})$$

i. Να γράψετε την εξίσωση της σύνθετης κίνησης του σώματος

ii. Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{4}$ s.

iii. Να βρείτε τις ενέργειες των δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων και την ενέργεια της σύνθετης ταλάντωσης.

Απ.: i. $x=4\sqrt{3}\eta\mu(2t+\frac{\pi}{6})$ (το x σε cm, το t σε s)

ii. $\upsilon=-4\sqrt{3}$ cm/s και $\alpha=-24$cm/s^2

iv. $E_1=32\cdot10^{-7}$J, $E_2=32\cdot10^{-7}$J, $E=96\cdot10^{-7}$J

ΠΡΟΣΟΧΗ!!
iii: **ΔΕΝ** ισχύει $E=E_1+E_2$

5. Ένα σώμα μάζας m=4kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας, ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας με εξισώσεις

$$x_1=1\eta\mu\omega t \quad \text{και} \quad x_2=1\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2}) \quad \text{(S.I.)}$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του σώματος είναι $U_{max}=1600\pi^2$ J.

i. Να βρεθεί η περίοδος ταλάντωσης του σώματος
ii. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα του σώματος
iii. Να γραφεί η εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος για τη σύνθετη ταλάντωση.

Απ.: i. $\frac{1}{10}$ s ii. $\upsilon_{max}=20\pi\sqrt{2}$ m/s iii. $\alpha=-400\,\pi^2\sqrt{2}\,\eta\mu(20\pi t+\frac{\pi}{4})$ στο (S.I)

6. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας με εξισώσεις

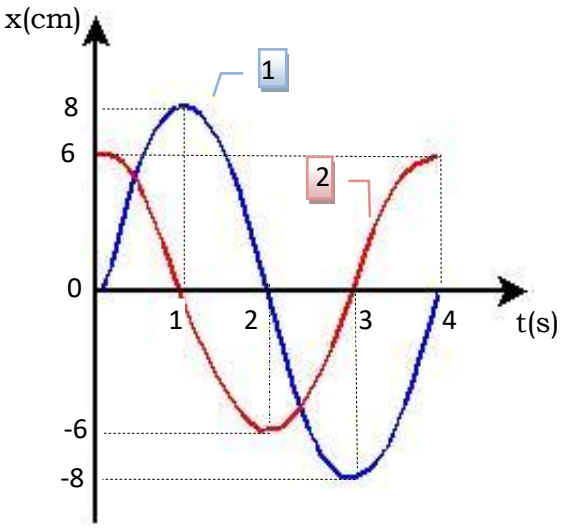
$$x_1=0,2\ \eta\mu 40t \quad \text{και} \quad x_2=A_2\ \eta\mu(40t+\varphi) \quad \text{(S.I.)}$$

Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης x_1 είναι $E_1=8J$, της ταλάντωσης x_2 είναι $E_2=2J$ και της σύνθετης ταλάντωσης είναι E=6J. Να βρείτε:

i. Τη σταθερά D της κάθε ταλάντωσης, το πλάτος A_2, καθώς και το πλάτος A της σύνθετης ταλάντωσης
ii. Τη διαφορά φάσης φ των δύο ταλαντώσεων και τη συνάρτηση $x=f(t)$ της σύνθετης ταλάντωσης.

Απ.: i. 400N/m, 0,1m, $0,1\sqrt{3}$ m ii. $\frac{2\pi}{3}$rad, $x=0,1\sqrt{3}\ \eta\mu(40t+\frac{\pi}{6})$ στο (S.I)

7. Ένα σώμα μάζας m=1kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις πάνω στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι γραφικές παραστάσεις των απομακρύνσεων δίνονται στο διάγραμμα.



i. Να γραφούν οι σχέσεις $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$.
ii. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη σύνθετη ταλάντωση και να βρεθεί η ενέργεια ταλάντωσης.
iii. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν η απομάκρυνση είναι ίση με 0,06m.
iv. Να γίνουν οι αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις των ταχυτήτων σε συνάρτηση με το χρόνο. ($\pi^2\approx10$)

Απ.: i. $x_1=0,08\eta\mu\frac{\pi}{2}t$ και $x_2=0,06\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2})$ (S.I)
ii. $x=0,1\eta\mu(\frac{\pi}{2}t+\theta)$ (S.I), $E=\frac{1}{2}DA^2=\frac{1}{80}$J
iii. 0,04π m/s

8. Οι ήχοι που παράγονται από δύο διαπασών τα οποία βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο έχουν ίδια ένταση και συχνότητες f_1=7000Hz και f_2=7060Hz.

i. Ο ήχος που φτάνει στα αυτιά μας είναι περιοδικός και, αν ναι, τι περίοδο έχει;
ii. Ποιος είναι ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του ήχου;
iii. Πόσες «παύσεις» έχουμε σε χρόνο t=10s;

Απ.: i. περιοδικός αλλά όχι αρμονικός, $T \approx T_1 \approx T_2$=0,00014s ii. 0,017s
iii. 600 μηδενισμούς της έντασης του ήχου

9. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές που έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια θέση ισορροπίας και οι εξισώσεις τους είναι

x_1=Aημ(406πt) και x_2=Aημ(410πt) (S.I)

i. Να γράψετε την εξίσωση της σύνθετης κίνησης.
ii. Πόση είναι η συχνότητα της σύνθετης κίνησης;
iii. Πόσο χρονικό διάστημα μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών του πλάτους της σύνθετης κίνησης; Πόσες φορές μηδενίζεται η απομάκρυνση του σώματος στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα;

Απ.: i. $x=x_1+x_2=2A\sigma\upsilon\nu(2\pi t)\cdot\eta\mu(408\pi t)$ (S.I) ii. 204Hz iii. 0,5s, 204 μηδενισμοί

10. Ένα διαπασών Α άγνωστης συχνότητας f_A έχει στο ένα άκρο του κολλημένη πλαστελίνη. Ένα δεύτερο διαπασών Β εκπέμπει ήχο συχνότητας f_B=500Hz ταυτόχρονα με το διαπασών Α. Ο χρόνος μεταξύ μέγιστου και ελάχιστου του σύνθετου ήχου είναι $\Delta t=\frac{1}{6}s$. Εάν απομακρύνουμε την πλαστελίνη από το διαπασών Α, αυξάνεται ο αριθμός των μεγίστων του ήχου που ακούγονται σε 1s. Να βρεθεί η συχνότητα f_A.

Απ.: 503 Hz

11. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, χωρίς αρχική φάση, ίδιου πλάτους, ίδιας διεύθυνσης και ίδιας θέσης ισορροπίας. Η εξίσωση της σύνθετης κίνησης είναι

$x=20\sigma\upsilon\nu(5\pi t)\cdot\eta\mu(1000\pi t)$ (το x σε cm, το t σε s)

i. Να βρείτε τις συχνότητες και το πλάτος των επιμέρους ταλαντώσεων.
ii. Για τη σύνθετη ταλάντωση να υπολογίσετε το πλάτος της και τη συχνότητά της και να κάνετε τη γραφική παράσταση του πλάτους σε συνάρτηση με το χρόνο.
iii. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του σώματος όταν περνά από τη θέση ισορροπίας του;

Απ.: i. f_1=502,5Hz, f_2=497,5Hz, A=10cm ii. $|A'|=20\,|\sigma\upsilon\nu(5\pi t)|$, f=500Hz
iii. $\upsilon_{max}=(1000\pi)\cdot 2A\cdot|\sigma\upsilon\nu(5\pi t)|=2\cdot 10^4\pi|\sigma\upsilon\nu(5\pi t)|$

12. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, ίδιας διεύθυνσης, ίδιας θέσης ισορροπίας, , ίδιου πλάτους A=0,2m και με μηδενικές αρχικές φάσεις. Το αποτέλεσμα της σύνθεσης των δύο ταλαντώσεων είναι περιοδική κίνηση της οποίας το πλάτος μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο. Σε 1s το σώμα εκτελεί 402 ταλαντώσεις και έχουμε τέσσερις μηδενισμούς του πλάτους της ταλάντωσης.

i. Να βρεθούν οι συχνότητες των δύο ταλαντώσεων.
ii. Να γραφούν οι εξισώσεις των ταχυτήτων των δύο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με το χρόνο.
iii. Να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της σύνθετης κίνησης του σώματος.

Απ.: i. 400Hz, 404Hz ii. 160πσυν(800πt), 161,6πσυν(808πt) (SI),
iii. $x=0,4\sigma\upsilon\nu(4\pi t)\cdot\eta\mu(804\pi t)$ (SI)