

Απαντήσεις επαναληπτικών ασκήσεων

(1ο, 2ο και 3ο φύλλο εργασίας του 3^{ου} κεφαλαίου - Μέρος Α: Παραγωγή)

A.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η): Συμπλήρωση πίνακα και νόμος της φθίνουσας απόδοσης (χωρίς παγίδες)

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής και απασχόλησης μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, να ελέγξετε αν ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης, σε ποιο επίπεδο απασχόλησης εμφανίζεται η λειτουργία του και γιατί;

L (εργάτες)	Q (συνολικό προϊόν)	AP (μέσο προϊόν)	MP (οριακό προϊόν)
0	0	-	-
1	;=300	;=300	300
2	;=500	400	500
3	1.200	400	400
4	1.500	375	;=300
5	1.700	340	200
6	;=1.800	300	;=100

Παρατηρούμε ότι $\Delta L=1$ οπότε ο τύπος του οριακού προϊόντος απλοποιείται σε:

$$MP = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\Delta Q}{1} = \Delta Q$$

Για $L=1$ έχουμε:

$$MP_1 = 300 \Rightarrow Q_1 - Q_0 = 300 \Rightarrow Q_1 - 0 = 300 \Rightarrow Q_1 = 300$$

$$AP_1 = \frac{Q_1}{L_1} = \frac{300}{1} = 300$$

Για $L=2$ έχουμε:

$$AP_2 = \frac{Q_2}{L_2} \Rightarrow \frac{Q_2}{2} = 400 \Rightarrow Q_2 = 800$$

Για $L=4$ έχουμε:

$$MP_4 = 1.500 - 1.200 = 300$$

Για $L=6$ έχουμε:

$$AP_6 = \frac{Q_6}{L_6} \Rightarrow 300 = \frac{Q_6}{6} \Rightarrow Q_6 = 6 \cdot 300 \Rightarrow Q_5 = 1.800$$

$$MP_6 = Q_6 - Q_5 = 1.800 - 1.700 = 100$$

Η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο (αναφέρεται στην εκφώνηση) άρα ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης. Εμφανίζεται στον 3^ο εργάτη επειδή το οριακό προϊόν, από τον 3^ο εργάτη, αρχίζει να μειώνεται.

A.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η): Συμπλήρωση πίνακα και νόμος της φθίνουσας απόδοσης (με παγίδες)

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής και απασχόλησης μιας επιχείρησης. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, να ελέγξετε αν ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης, μετά από ποιο επίπεδο απασχόλησης εμφανίζεται η λειτουργία του και γιατί;

K (κεφάλαιο)	L (εργάτες)	Q (συνολικό προϊόν)	AP (μέσο προϊόν)	MP (οριακό προϊόν)
8	0	0	-	-
8	10	;=300	;=300	30
8	20	800	40	50
8	30	1.200	;=40	40
8	40	1.500	37,5	;=30
8	50	1.700	34	10
8	60	;=1.750	;=29,16	5

Για L=10 έχουμε:

$$MP_{10} = 30 \Rightarrow \frac{Q_{10} - Q_0}{L_1 - L_0} = 30 \Rightarrow \frac{Q_{10} - 0}{10 - 0} = 30 \Rightarrow Q_{10} = 10 \cdot 30 \Rightarrow Q_{10} = 300$$

$$AP_{10} = \frac{Q_{10}}{L_{10}} = \frac{300}{10} = 30$$

Για L=30 έχουμε:

$$AP_{30} = \frac{Q_{30}}{L_{30}} = \frac{1.200}{30} = 40$$

Για L=40 έχουμε:

$$MP_{40} = \frac{Q_{40} - Q_{30}}{L_{40} - L_{30}} = \frac{1.500 - 1.200}{60 - 50} = \frac{300}{10} = 30$$

Για L=60 έχουμε:

$$MP_{60} = 5 \Rightarrow \frac{Q_{60} - Q_{50}}{L_{60} - L_{50}} = 5 \Rightarrow \frac{Q_{60} - 1.700}{60 - 50} = 5 \Rightarrow Q_{60} - 1.700 = 5 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$Q_{60} - 1.700 = 50 \Rightarrow Q_{60} = 1.750$$

$$AP_{60} = \frac{Q_{60}}{L_{60}} = \frac{1.750}{60} = 29,16$$

Η επιχείρηση λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο επειδή ο συντελεστής K είναι σταθερός. Άρα, ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης. Εμφανίζεται μετά τους 20 εργάτες επειδή το οριακό προϊόν, μετά τους 20 εργάτες (από τον 21^ο), αρχίζει να μειώνεται.

B.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η): Μέγιστο μέσο προϊόν

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα δεδομένα παραγωγής και απασχόλησης μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο, αν γνωρίζετε ότι το μέσο προϊόν στον 6^ο εργάτη είναι μέγιστο.

L (εργάτες)	Q (συνολικό προϊόν)	AP (μέσο προϊόν)	MP (οριακό προϊόν)
5	1.000	200	300
6	1.200	200	200
7	1.330	190	130

Για L=5 έχουμε:

$$AP_5 = \frac{Q_5}{L_5} \Rightarrow 200 = \frac{Q_5}{5} \Rightarrow Q_5 = 5 \cdot 200 \Rightarrow Q_5 = 1.000$$

Για L=6, επειδή το μέσο προϊόν είναι μέγιστο (άρα είναι ίσο με το οριακό), έχουμε:

$$AP_6 = MP_6 \Rightarrow \frac{Q_6}{L_6} = \frac{Q_6 - Q_5}{L_6 - L_5} \Rightarrow \frac{Q_6}{6} = \frac{Q_6 - 1.000}{6 - 5} \Rightarrow Q_6 = 6 \cdot (Q_6 - 1.000) \Rightarrow$$

$$Q_6 = 6 \cdot Q_6 - 6.000 \Rightarrow 6.000 = 6 \cdot Q_6 - Q_6 \Rightarrow 6.000 = 5 \cdot Q_6 \Rightarrow Q_6 = \frac{6.000}{5} \Rightarrow Q_6 = 1.200$$

$$AP_6 = \frac{Q_6}{L_6} = \frac{1.200}{6} = 200$$

$$MP_6 = AP_6 = 200$$

Για L=7 έχουμε:

$$MP_7 = 130 \Rightarrow \frac{Q_7 - Q_6}{L_7 - L_6} = 130 \Rightarrow \frac{Q_7 - 1.200}{7 - 6} = 130 \Rightarrow Q_7 - 1.200 = 130 \Rightarrow Q_7 = 1.330$$

$$AP_7 = \frac{Q_7}{L_7} = \frac{1.330}{7} = 190$$

B.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η): Μέγιστο συνολικό προϊόν

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα δεδομένα παραγωγής και απασχόλησης μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο, αν γνωρίζετε ότι το συνολικό προϊόν στον 8^ο εργάτη είναι μέγιστο.

L (εργάτες)	Q (συνολικό προϊόν)	AP (μέσο προϊόν)	MP (οριακό προϊόν)
6	54	9	4
7	56	8	2
8	56	7	0

Το συνολικό προϊόν στον 8^ο εργάτη είναι μέγιστο άρα, για L=8 έχουμε:

$$MP_8 = 0 \Rightarrow \frac{Q_8 - Q_7}{L_8 - L_7} = 0 \Rightarrow \frac{56 - Q_7}{8 - 7} = 0 \Rightarrow 56 - Q_7 = 0 \Rightarrow Q_7 = 56$$

$$AP_8 = \frac{Q_8}{L_8} = \frac{56}{8} = 7$$

Για L=7 έχουμε:

$$AP_7 = \frac{Q_7}{L_7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$MP_7 = \frac{Q_7 - Q_6}{L_7 - L_6} = \frac{56 - 54}{7 - 6} = 2$$

Γ.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η): Υπολογισμός ποσότητας προϊόντος

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής (Q) και απασχόλησης (L) μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Να υπολογίσετε την παραγωγή της επιχείρησης όταν χρησιμοποιούνται 77 εργάτες.

L	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Q	0	5	20	40	80	180	300	350	360

Όταν η επιχείρηση απασχολεί 77 εργάτες τότε η παραγωγή της είναι Q_{77} , όπου $350 < Q_{77} < 360$. Από τους 70 στους 80 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με:

$$MP_{80} = \frac{Q_{80} - Q_{70}}{L_{80} - L_{70}} = \frac{360 - 350}{80 - 70} = \frac{10}{10} = 1$$

Αφού το οριακό προϊόν από τους 70 έως τους 80 εργάτες είναι ίσο με 1, αυτό σημαίνει ότι και από τους 77 στους 80 εργάτες είναι και πάλι ίσο με 1 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
70	350	1
77	Q_{77}	
80	360	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{80} - Q_{77}}{L_{80} - L_{77}} = 1 \Rightarrow \frac{360 - Q_{77}}{80 - 77} = 1 \Rightarrow 360 - Q_{77} = 1 \cdot 3 \Rightarrow 360 - Q_{77} = 3 \Rightarrow Q_{77} = 357$$

Συνεπώς, όταν η επιχείρηση απασχολεί 77 εργάτες η παραγωγή της είναι 357 κιλά.

Γ.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η): Υπολογισμός ποσότητας εργασίας

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής (Q) και απασχόλησης (L) μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Να υπολογίσετε την πόσους εργάτες χρησιμοποιεί η επιχείρηση αν παράγει 354 κιλά.

L	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Q	0	5	20	40	80	180	300	350	360

Όταν η επιχείρηση παράγει 354 κιλά τότε η απασχόληση της είναι L_X , όπου $70 < L_X < 80$. Από τους 70 στους 80 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με 1 (όπως υπολογίσαμε στην προηγούμενη εφαρμογή). Αφού το οριακό προϊόν από τους 70 έως τους 80 εργάτες είναι ίσο με 1, αυτό σημαίνει ότι και από τους 70 στους L_X εργάτες είναι και πάλι ίσο με 1 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
70	350	1
L_X	354	
80	360	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{LX} - Q_{70}}{L_X - L_{70}} = 1 \Rightarrow \frac{354 - 350}{L_X - 70} = 1 \Rightarrow 4 = 1 \cdot (L_X - 70) \Rightarrow 4 = L_X - 70 \Rightarrow 4 + 70 = L_X \Rightarrow L_X = 74$$

Συνεπώς, αν η επιχείρηση παράγει 354 κιλά θα πρέπει να χρησιμοποιεί 74 εργάτες.

Γ.4.3 Άσκηση για το σπίτι (3^η): Υπολογισμός μεταβολής στην ποσότητα του προϊόντος

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής (Q) και απασχόλησης (L) μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Να υπολογίσετε την αύξηση στην παραγωγή της επιχείρησης αν αυξηθεί η απασχόληση από 67 σε 77 εργάτες.

L	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Q	0	5	20	40	80	180	300	350	360

Όταν η επιχείρηση απασχολεί 67 εργάτες τότε η παραγωγή της είναι Q_{67} , όπου $300 < Q_{67} < 350$. Από τους 60 στους 70 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με 5 (όπως υπολογίσαμε στην εφαρμογή Γ.3.1). Αφού το οριακό προϊόν από τους 60 έως τους 70 εργάτες είναι ίσο με 5, αυτό σημαίνει ότι και από τους 67 στους 70 εργάτες είναι και πάλι ίσο με 5 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
60	300	5
67	Q_{67}	
70	350	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{70} - Q_{67}}{L_{70} - L_{67}} = 5 \Rightarrow \frac{350 - Q_{67}}{70 - 67} = 5 \Rightarrow 350 - Q_{67} = 3 \cdot 5 \Rightarrow 350 - Q_{67} = 15 \Rightarrow Q_{67} = 335$$

Συνεπώς, όταν η επιχείρηση απασχολεί 67 εργάτες η παραγωγή της είναι 335 κιλά.

Όταν η επιχείρηση απασχολεί 77 εργάτες τότε η παραγωγή της είναι Q_{77} , όπου $350 < Q_{77} < 360$. Από τους 70 στους 80 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με 1 (όπως υπολογίσαμε στην άσκηση Γ.4.1). Αφού το οριακό προϊόν από τους 70 έως τους 80 εργάτες είναι ίσο με 1, αυτό σημαίνει ότι και από τους 77 στους 80 εργάτες είναι και πάλι ίσο με 1 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
70	350	1
77	Q_{77}	
80	360	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{80} - Q_{77}}{L_{80} - L_{77}} = 1 \Rightarrow \frac{360 - Q_{77}}{80 - 77} = 1 \Rightarrow 360 - Q_{77} = 1 \cdot 3 \Rightarrow 360 - Q_{77} = 3 \Rightarrow Q_{77} = 357$$

Συνεπώς, όταν η επιχείρηση απασχολεί 77 εργάτες η παραγωγή της είναι 357 κιλά.

Άρα, αν η επιχείρηση αυξήσει την απασχόληση από 67 σε 77 εργάτες η παραγωγή της θα αυξηθεί κατά: $\Delta Q = 357 - 335 = 22$ κιλά

Γ.4.4 Άσκηση για το σπίτι (4^η): Υπολογισμός μεταβολής στην ποσότητα της εργασίας

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα δεδομένα παραγωγής (Q) και απασχόλησης (L) μιας επιχείρησης που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Να υπολογίσετε την μείωση στην απασχόληση αν η επιχείρηση μειώσει την παραγωγή της από 355 σε 305 κιλά.

L	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Q	0	5	20	40	80	180	300	350	360

Όταν η επιχείρηση παράγει 355 κιλά τότε η απασχόληση της είναι L_{X1} , όπου $70 < L_{X1} < 80$. Από τους 70 στους 80 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με 1 (όπως υπολογίσαμε στην άσκηση Γ.4.1). Αφού το οριακό προϊόν από τους 70 έως τους 80 εργάτες είναι ίσο με 1, αυτό σημαίνει ότι και από τους 70 στους L_{X1} εργάτες είναι και πάλι ίσο με 1 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
70	350	1
L_{X1}	355	
80	360	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{LX1} - Q_{70}}{L_{X1} - L_{70}} = 1 \Rightarrow \frac{355 - 350}{L_{X1} - 70} = 1 \Rightarrow 5 = L_{X1} - 70 \Rightarrow L_{X1} = 75$$

Συνεπώς, αν η επιχείρηση παράγει 355 κιλά θα πρέπει να χρησιμοποιεί 75 εργάτες.

Όταν η επιχείρηση παράγει 305 κιλά τότε η απασχόληση της είναι L_{X2} , όπου $60 < L_{X2} < 70$. Από τους 60 στους 70 εργάτες το οριακό προϊόν είναι ίσο με 5 (όπως υπολογίσαμε στην εφαρμογή Γ.3.1). Αφού το οριακό προϊόν από τους 60 έως τους 70 εργάτες είναι ίσο με 5, αυτό σημαίνει ότι και από τους 60 στους L_{X2} εργάτες είναι και πάλι ίσο με 5 (θυμηθείτε τη διευκρίνιση). Δηλαδή ισχύει:

L	Q	MP
60	300	5
L_{x2}	305	
70	350	

Από τον τύπο του οριακού προϊόντος έχουμε:

$$\frac{Q_{L_{x2}} - Q_{60}}{L_{x2} - L_{60}} = 5 \Rightarrow \frac{305 - 300}{L_{x2} - 60} = 5 \Rightarrow 5 = 5 \cdot (L_{x2} - 60) \Rightarrow \frac{5}{5} = L_{x2} - 60 \Rightarrow 1 = L_x - 60 \Rightarrow$$

$$L_x = 61$$

Συνεπώς, αν η επιχείρηση παράγει 305 κιλά θα πρέπει να χρησιμοποιεί 61 εργάτες.

Άρα, αν η επιχείρηση μειώσει την παραγωγή της από 355 σε 305 κιλά αυτό σημαίνει ότι η απασχόληση θα μειωθεί κατά $75-61=14$ εργάτες (η μεταβολή στην εργασία είναι αρνητική και ίση με $\Delta L=61-75=-14$).