

Απαντήσεις επαναληπτικών ασκήσεων
(1ο, 2ο, 3ο και 4ο φύλλο εργασίας του 4ου κεφαλαίου)

A.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η)

Να προσδιορίσετε τη συνάρτηση προσφοράς, αν είναι γραμμικής μορφής, αν ο πίνακας προσφοράς είναι ο ακόλουθος:

Συνδυασμός	Τιμή (P)	Προσφερόμενη ποσότητα (Q_S)
A	15	800
B	10	600
Γ	5	400

Στην εκφώνηση αναφέρετε ξεκάθαρα ότι η συνάρτηση προσφοράς είναι γραμμική. Άρα, ο τύπος της συνάρτησης προσφοράς είναι: $Q_S = \gamma + \delta \cdot P$, $\delta > 0$. Από τον πίνακα προσφοράς (από τα σημεία A και Γ) έχουμε τις σχέσεις:

$$800 = \gamma + 15 \cdot \delta \quad (1)$$

$$400 = \gamma + 5 \cdot \delta \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$800 - 400 = (\gamma + 15 \cdot \delta) - (\gamma + 5 \cdot \delta) \Rightarrow$$

$$400 = 10 \cdot \delta \Rightarrow \delta = 40$$

Αντικαθιστώντας το $\delta = 40$ στη σχέση (2) έχουμε:

$$400 = \gamma + 40 \cdot 5 \Rightarrow 400 = \gamma + 200 \Rightarrow 400 - 200 = \gamma \Rightarrow \gamma = 200$$

Συνεπώς, η συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_S = 200 + 40 \cdot P$$

A.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η)

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας προσφοράς. Να βρείτε τη συνάρτηση προσφοράς αν είναι γραμμικής μορφής.

Συνδυασμός	Τιμή (P)	Προσφερόμενη ποσότητα (Q_S)	Αμοιβή συντελεστή (W)	Τεχνολογία
A	20	50	5.000	1
B	30	55	5.500	1
Γ	40	75	5.000	1
Δ	50	70	5.500	2

Δύο ή περισσότεροι συνδυασμοί ανήκουν στην ίδια καμπύλη προσφοράς (άρα επαληθεύουν την εξίσωσή της) μόνο αν μεταξύ αυτών ισχύει το *ceteris paribus*. Στον πίνακα φαίνεται ότι μόνο ο συνδυασμός Α και ο συνδυασμός Γ (όπου η αμοιβή του συντελεστή παραγωγής και ίση με 5.000 και η τεχνολογία είναι τύπου 1) ανήκουν στην ίδια καμπύλη προσφοράς. Στον συνδυασμό Β, η αμοιβή του συντελεστή παραγωγής είναι διαφορετική και ίση με 5.500, ενώ στον συνδυασμό Δ είναι διαφορετική και η αμοιβή του συντελεστή και το επίπεδο της τεχνολογίας. Άρα, για τον υπολογισμό της συνάρτησης προσφοράς στηριζόμαστε αποκλειστικά στους συνδυασμούς Α και Γ.

Στην εκφώνηση αναφέρετε ξεκάθαρα ότι η συνάρτηση προσφοράς είναι γραμμική. Άρα, ο τύπος της συνάρτησης προσφοράς είναι: $Q_S = \gamma + \delta \cdot P$, $\delta > 0$. Από τον πίνακα προσφοράς (από τα σημεία Α και Γ) έχουμε τις σχέσεις:

$$50 = \gamma + 20 \cdot \delta \quad (1)$$

$$75 = \gamma + 40 \cdot \delta \quad (2)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (1) έχουμε:

$$75 - 50 = (\gamma + 40 \cdot \delta) - (\gamma + 20 \cdot \delta) \Rightarrow$$

$$25 = 20 \cdot \delta \Rightarrow \delta = 1,25$$

Αντικαθιστώντας το $\delta = 1,25$ στη σχέση (1) έχουμε:

$$50 = \gamma + 20 \cdot 1,25 \Rightarrow 50 = \gamma + 25 \Rightarrow 50 - 25 = \gamma \Rightarrow \gamma = 25$$

Συνεπώς, η συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_S = 25 + 1,25 \cdot P$$

B.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η): Ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας προσφοράς ενός αγαθού. Να βρεθεί η ελαστικότητα προσφοράς καθώς η τιμή αυξάνεται από 10 σε 20 ευρώ και να χαρακτηριστεί η προσφορά.

Συνδυασμός	Τιμή (P)	Προσφερόμενη ποσότητα (Q_S)
A	10	500
B	20	600

Αφού η τιμή αυξάνεται από 10 σε 20 ευρώ αυτό σημαίνει ότι το αρχικό σημείο είναι το Α και το τελικό σημείο είναι το Β. Άρα, σύμφωνα με τον τύπο της ελαστικότητας προσφοράς ως προς την τιμή έχουμε:

$$E_S = \frac{\Delta Q_S}{\Delta P} \cdot \frac{P_A}{Q_{SA}} = \frac{600 - 500}{20 - 10} \cdot \frac{10}{500} = \frac{100}{10} \cdot \frac{10}{500} = \frac{1.000}{5.000} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Επειδή $E_S = 0,2 < 1$ η προσφορά είναι ανελαστική.

B.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η): Ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή τόξου AB

Να βρείτε την ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή του τόξου AB σύμφωνα με τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης.

Από τον τύπο της ελαστικότητας προσφοράς ως προς την τιμή του τόξου AB, έχουμε:

$$E_{\text{Στόξου AB}} = \frac{\Delta Q_S}{\Delta P} \cdot \frac{P_A + P_B}{Q_{SA} + Q_{SB}} = \frac{600 - 500}{20 - 10} \cdot \frac{10 + 20}{500 + 600} = \frac{100}{10} \cdot \frac{30}{1.100} = \frac{3.000}{11.000} = \frac{3}{11}$$

Γ.4.1 Άσκηση για το σπίτι (1^η): Ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή

Η τιμή ενός αγαθού X ήταν 50 ευρώ και αυξήθηκε κατά 10 ευρώ. Αν η ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή στο αρχικό σημείο είναι ίση με 0,25 και η προσφερόμενη ποσότητα έγινε, λόγω της αύξησης της τιμής, ίση με 210 κιλά, ποια ήταν η αρχική προσφερόμενη ποσότητα;

Αφού η τιμή μειώνεται ήταν 50 ευρώ και αυξήθηκε κατά 10 ευρώ, η νέα τιμή είναι 60 ευρώ.

Σύμφωνα με τον τύπο της ελαστικότητας προσφοράς ως προς την τιμή έχουμε:

$$\begin{aligned} E_S &= \frac{\Delta Q_S}{\Delta P} \cdot \frac{P_1}{Q_{S1}} \Rightarrow 0,25 = \frac{210 - Q_{S1}}{60 - 50} \cdot \frac{50}{Q_{S1}} \Rightarrow 0,25 = \frac{(210 - Q_{S1}) \cdot 50}{10 \cdot Q_{S1}} \Rightarrow \\ 0,25 &= \frac{(210 - Q_{S1}) \cdot 5}{Q_{S1}} \Rightarrow \frac{0,25 \cdot Q_{S1}}{5} = 210 - Q_{S1} \Rightarrow 0,05 \cdot Q_{S1} = 210 - Q_{S1} \Rightarrow \\ 0,05 \cdot Q_{S1} + Q_{S1} &= 210 \Rightarrow 1,05 \cdot Q_{S1} = 210 \Rightarrow Q_{S1} = \frac{210}{1,05} \Rightarrow Q_{S1} = 200 \end{aligned}$$

Γ.4.2 Άσκηση για το σπίτι (2^η): Ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή τόξου AB

Η ελαστικότητα προσφοράς ως προς την τιμή ενός τόξου AB για ένα αγαθό X είναι ίση με 1,5. Αν η τιμή στο σημείο A είναι μισή από το σημείο B και η προσφερόμενη ποσότητα στο σημείο B είναι ίση με 75 κιλά να βρείτε τη προσφερόμενη ποσότητα στο σημείο A.

Κατασκευάζουμε τον βοηθητικό πίνακα:

Συνδυασμός	Τιμή (P)	Προσφερόμενη ποσότητα (Q _B)
A	P _A =0,5·P _B	Q _{SA}
B	P _B	75

Από τον τύπο της ελαστικότητας προσφοράς ως προς την τιμή του τόξου AB, έχουμε:

$$\begin{aligned} E_{\text{Στόξου AB}} &= 1,5 \Rightarrow \frac{\Delta Q_S}{\Delta P} \cdot \frac{P_A + P_B}{Q_{SA} + Q_{SB}} = 1,5 \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{P_B - P_A} \cdot \frac{P_A + P_B}{Q_{SA} + 75} = 1,5 \Rightarrow \\ \frac{75 - Q_{SA}}{P_B - 0,5 \cdot P_B} \cdot \frac{0,5 \cdot P_B + P_B}{Q_{SA} + 75} &= 1,5 \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{0,5 \cdot P_B} \cdot \frac{1,5 \cdot P_B}{Q_{SA} + 75} = 1,5 \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{0,5} \cdot \frac{1,5}{Q_{SA} + 75} = 1,5 \Rightarrow \\ \frac{75 - Q_{SA}}{Q_{SA} + 75} \cdot \frac{1,5}{0,5} &= 1,5 \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{Q_{SA} + 75} = 1,5 \cdot \frac{0,5}{1,5} \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{Q_{SA} + 75} = 0,5 \Rightarrow \frac{75 - Q_{SA}}{Q_{SA} + 75} = \frac{1}{2} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$2 \cdot (75 - Q_{SA}) = 75 + Q_{SA} \Rightarrow 150 - 2 \cdot Q_{SA} = 75 + Q_{SA} \Rightarrow 150 - 75 = Q_{SA} + 2 \cdot Q_{SA} \Rightarrow$$

$$75 = 3 \cdot Q_{SA} \Rightarrow Q_{SA} = \frac{75}{3} \Rightarrow Q_{SA} = 25$$

Δ.4.1 Άσκηση 1^η: Γραμμική συνάρτηση προσφοράς (μεταβολή της προσφοράς κατά ένα ποσοστό)

Η συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού X είναι $Q_{S1}=150+5 \cdot P$. Λόγω αλλαγής στην αμοιβή των συντελεστών παραγωγής η προσφορά αυξάνεται 20%. Η μεταβολή στην αμοιβή των συντελεστών παραγωγής ήταν θετική ή αρνητική και γιατί; Ποια είναι η νέα συνάρτηση προσφοράς;

Η τιμή των συντελεστών παραγωγής μειώθηκε διότι η προσφορά του αγαθού αυξήθηκε. Η νέα συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_{S2} = Q_{S1} + \frac{20}{100} Q_{S1} = Q_{S1} \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = Q_{S1} \cdot (1 + 0,2) = (150 + 5 \cdot P) \cdot 1,2 = 180 + 6 \cdot P$$

Δ.4.2 Άσκηση 2^η: Γραμμική συνάρτηση προσφοράς (μεταβολή της προσφοράς κατά ένα ποσό)

Η συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού X είναι $Q_{S1}=150+5 \cdot P$. Λόγω αλλαγής στον αριθμό των επιχειρήσεων, η προσφορά μειώνεται με αποτέλεσμα η προσφερόμενη ποσότητα να μειώνεται κατά 30 μονάδες σε κάθε τιμή. Ο αριθμός των επιχειρήσεων αυξήθηκε ή μειώθηκε και γιατί; Ποια είναι η νέα συνάρτηση προσφοράς;

Ο αριθμός των επιχειρήσεων μειώθηκε αφού η προσφορά του αγαθού X έχει μειωθεί. Η νέα συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_{S2} = Q_{S1} - 30 = (150 + 5 \cdot P) - 30 = 120 + 5 \cdot P$$

Δ.4.3 Άσκηση 3^η: Γραμμική συνάρτηση προσφοράς (παράλληλη μετατόπιση της καμπύλης προσφοράς)

Η συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού X είναι $Q_{S1}=150+5 \cdot P$. Λόγω αλλαγής στην τεχνολογία παραγωγής, η προσφορά μειώνεται και η νέα καμπύλη προσφοράς είναι παράλληλη με την αρχική. Στην τιμή των 10 ευρώ η προσφερόμενη ποσότητα με τη νέα συνάρτηση προσφοράς είναι 150 μονάδες. Η τεχνολογία παραγωγής βελτιώθηκε ή χειροτέρευσε και γιατί; Ποια είναι η νέα συνάρτηση προσφοράς;

Η μεταβολή στην τεχνολογία παραγωγής ήταν αρνητική αφού η προσφορά του αγαθού X έχει μειωθεί (για $P=10$ έχουμε $Q_{S2}=150 < Q_{S1}=200$). Η νέα καμπύλη προσφοράς είναι παράλληλη με την αρχική, δηλαδή έχουν την ίδια κλίση. Άρα, έχουν τον ίδιο συντελεστή δ. Συνεπώς, η νέα συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_{S2} = \gamma + 5 \cdot P \quad (1)$$

Στην τιμή των 10 ευρώ, η προσφερόμενη ποσότητα, με τη νέα συνάρτηση προσφοράς, είναι 150 μονάδες. Αυτό, σύμφωνα με τη σχέση (1), σημαίνει ότι:

$$150 = \gamma + 5 \cdot 10 \Rightarrow 150 = \gamma + 50 \Rightarrow 150 - 50 = \gamma \Rightarrow \gamma = 100$$

Συνεπώς, η νέα συνάρτηση προσφοράς είναι:

$$Q_{S2} = 100 + 5 \cdot P$$