

Επαναληπτικές ασκήσεις άλγεβρας

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\log(16^x-3\cdot 4^x+2)$
 - α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 - β) Να λύσετε την εξίσωση $10^{f(x)}=6$.

2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=x^3+2x^2+ax+\beta$. Αν το -2 είναι ρίζα του $P(x)$ και η διαίρεση $P(x):(2x+1)$ δίνει υπόλοιπο $\frac{15}{8}$, τότε:
 - α) Να προσδιορίσετε τα a, β .
 - β) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.
 - γ) Να λυθεί η ανίσωση $P(x)<0$.

3. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu(ax+\frac{\pi}{3})+\beta$, με περίοδο 2π . Η C_f διέρχεται απ' το σημείο $A(\frac{\pi}{2}, 2)$.
 - α) Να προσδιορίσετε τα a, β .
 - β) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f .
 - γ) Να λυθεί η εξίσωση $f(x)=0$ στο διάστημα $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$.

4. Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x)=\ln(x-1)+\ln(x+2)+\ln(x^2+1)$ και $g(x)=\ln(x^4-1)$.
 - α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .
 - β) Να βρεθούν οι ακέραιες λύσεις της εξίσωσης: $e^{f(x)}=20$.
 - γ) Να εξετάσετε αν η g είναι άρτια ή περιτή.

5. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 4x^2 \cdot \ln a + \frac{1}{2}x \cdot \ln a^2 + 6$ με $a > 0$, για το οποίο γνωρίζουμε ότι το $x-2$ είναι παράγοντας.

α) Να προσδιορίσετε την τιμή του a .

β) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.

γ) Να βρείτε τα διαστήματα του x για τα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$ είναι «κάτω» από τον άξονα xx' .

6. α) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} (\lambda - 1)x - 3y = \frac{2\lambda + 1}{5} \\ 5x - (\lambda + 1)y = \lambda - 1 \end{cases} \quad (1), \text{ για τις διάφορες τιμές του } \lambda \in \mathbb{R}.$$

β) Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - (2a+1) \cdot x^2 - (\beta - a) \cdot x + a$. Να προσδιορίσετε τα a, β , αν γνωρίζουμε ότι το $P(x)$ διαιρούμενο με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο -10 και ότι το $x-\lambda_1$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου, όπου λ_1 είναι η τιμή της παραμέτρου λ για την οποία το σύστημα (1) έχει άπειρες λύσεις.

γ) Για τις τιμές του a, β που βρήκατε, να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $P(\eta\mu x)=0$.

7. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 + (1 + \log a)x^2 - (\ln \beta + 17)x + 6$, το οποίο έχει παράγοντα το $3x^2 + 8x - 3$.

α) Να προσδιορίσετε τα a, β .

β) Για τις τιμές των a, β που βρήκατε, να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P\left(\frac{\sin x}{3}\right)=0$.

δ) Να λύσετε την ανίσωση $P(\log x) > 0$.

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x-1}\right)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

γ) Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = (e^{f(1)})^x$. Να μελετήσετε τη g ως προς τη μονοτονία της.

δ) Να λύσετε την ανίσωση: $\left(\frac{e+1}{e-1}\right)^{6x^3-13x^2+6} < \frac{e^2+2e+1}{e^2-2e+1}$