

Επαναληπτικές ασκήσεις άλγεβρας

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + \lambda x + 4$ που έχει παράγοντα το $x-2$.
- α) Να προσδιορίσετε το λ .
 - β) Να λυθεί η εξίσωση $P(x)=0$.
 - γ) Να λυθεί η εξίσωση $P(2\eta\mu x)=0$.
2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 \ln \alpha - 2x^2 + 5x - \ln \beta$ ($\alpha, \beta > 0$) που έχει παράγοντα το $x-1$ και η διαίρεσή του με το $x-2$ δίνει υπόλοιπο -1 .
- α) Να προσδιορίσετε τα α, β .
 - β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (2^{a-1})^x$.
- α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της.
 - β) Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $(1, 8)$, να προσδιορίσετε το a .
 - γ) Να λυθεί η εξίσωση: $4f(x) - 3 \cdot \sqrt[3]{f^2(x)} + 2f\left(\frac{x}{3}\right) - 3 = 0$
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(-e^{3x} + 3e^{2x} - 2)$.
- α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
 - β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = x$
5. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι συγχρόνως αδύνατα τα συστήματα
- $$\begin{cases} \alpha x - (2\beta + 1)y = \beta \\ 2x - 6y = 7\alpha - 4\beta \end{cases} \quad \text{και} \quad \begin{cases} 3x + 2y = \alpha - \beta - 1 \\ (5\alpha + \beta)x - (\alpha - 5\beta)y = 5 \end{cases}$$
6. Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων με αγνώστους x, y ισχύει: $D^2 + D_x^2 + D_y^2 = 4D + 2D_x - 5$.
Να αποδείξετε ότι:
- α) $(D-2)^2 + (D_x-1)^2 + D_y^2 = 0$
 - β) Να βρεθούν τα x, y .