

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

GI_V_ALG_2_16965

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$

α) Να αποδείξετε ότι η f γράφεται στη μορφή $f(x) = (x - 2)^2 + 1$.

(Μονάδες 12)

β) Στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , μετατοπίζοντας κατάλληλα την $y = x^2$.

(Μονάδες 13)

GI_V_ALG_2_17688

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

α) Να δείξετε ότι $f(x) \leq 1$.

(Μονάδες 8)

β) Είναι το 1 η μέγιστη τιμή της συνάρτησης; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

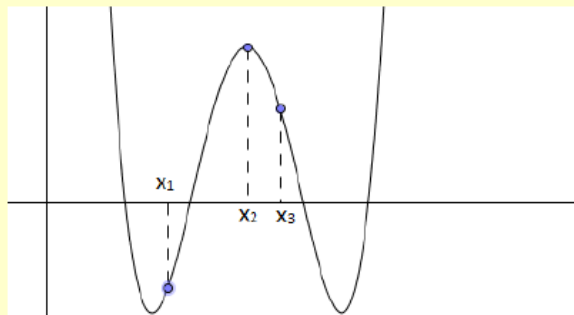
(Μονάδες 8)

γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

(Μονάδες 9)

GI_V_ALG_2_17698

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C_f μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



Να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα :

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$.

(Μονάδες 10)

β) Είναι η συνάρτηση γενικά μονότονη στο $\mathbb{R}$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

γ) Παρουσιάζει η f μέγιστο στο σημείο x_2 ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

GI_V_ALG_2_17732

Έστω γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(4, 5)$.

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της f . (Μονάδες 13)

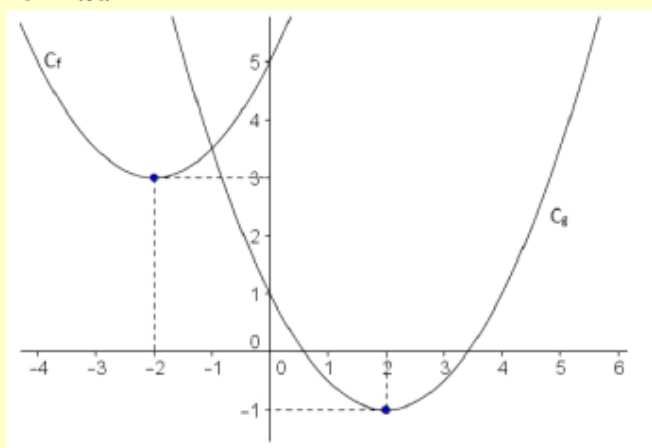
β) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x' στο -2 , να δείξετε ότι $f(0) > 0$

(Μονάδες 12)

GI_V_ALG_2_18632

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι παραβολές C_f, C_g που είναι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g αντίστοιχα με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση.

Παρατηρώντας το σχήμα:



α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακρότατου της f και την τιμή του.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε μέσω ποιων μετατοπίσεων της C_f προκύπτει η C_g .

(Μονάδες 15)

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

GI_V_ALG_2_18634

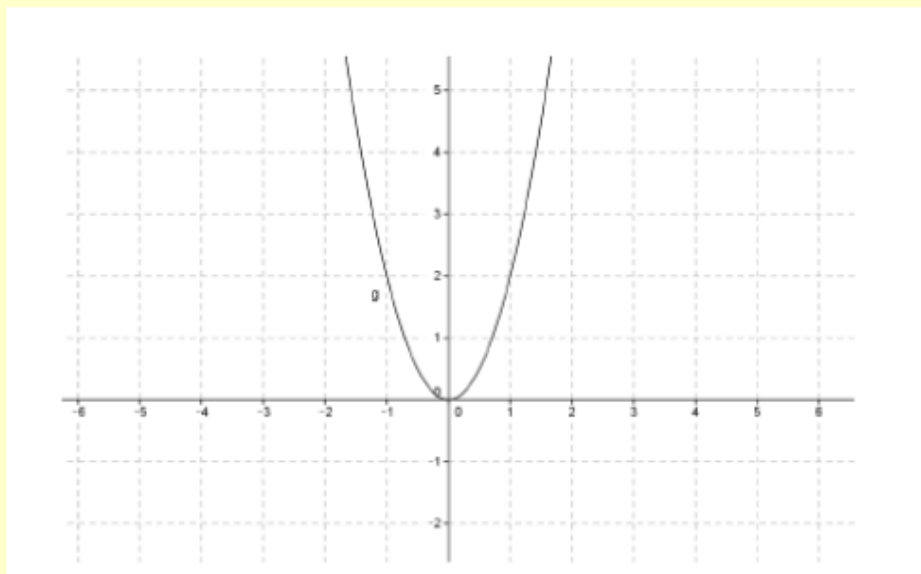
Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$

α) Να δείξετε ότι γράφεται στη μορφή: $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$

(Μονάδες 10)

β) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f , και να εξηγήσετε πως αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της g .

(Μονάδες 15)



GI_V_ALG_2_19914

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x = 0$.

(Μονάδες 8)

β) Είναι η f άρτια συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

γ) Με ποια μετατόπιση της $g(x) = x^2$ προκύπτει η C_f ;

(Μονάδες 9)

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

GI_V_ALG_2_20329

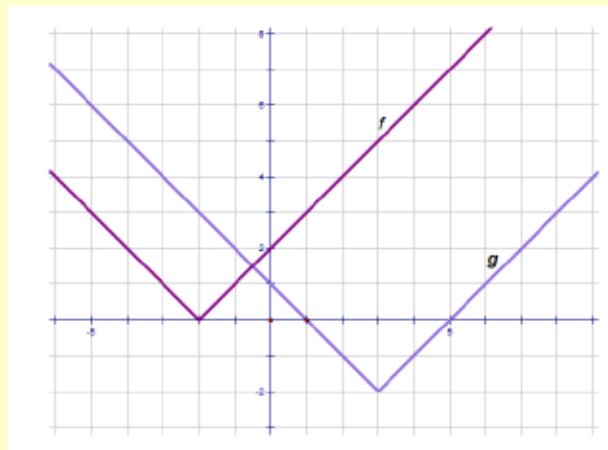
Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , που ορίζονται στους πραγματικούς αριθμούς. Η γραφική παράσταση της g προκύπτει από τη γραφική παράσταση της f με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση. Από τις γραφικές παραστάσεις να βρείτε:

α) Τα διαστήματα μονοτονίας της f , το είδος του ακρότατου της f , τη θέση και την τιμή του.

(Μονάδες 12)

β) Ποιες μετατοπίσεις της f δίνουν τη g . Να προσδιορίσετε στη συνέχεια τον τύπο της συνάρτησης g , αν $f(x) = |x+2|$.

(Μονάδες 13)



GI_V_ALG_4_17833

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{8-x} - \sqrt{8+x}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

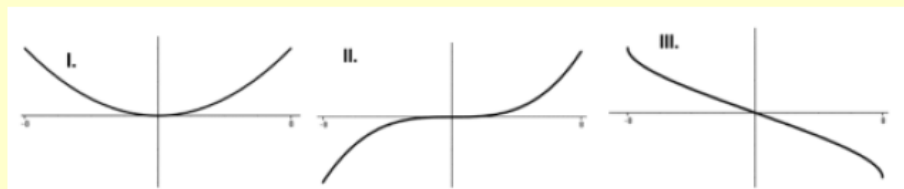
(Μονάδες 5)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

(Μονάδες 8)

γ) Αν η συνάρτησης f είναι γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της, να επιλέξετε ποια από τις παρακάτω τρεις προτεινόμενες, είναι η γραφική της παράσταση και στη συνέχεια να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

(Μονάδες 7)



δ) Να αιτιολογήσετε γραφικά ή αλγεβρικά, γιατί οι συναρτήσεις

$$g(x) = f(x) - 3 \text{ και } h(x) = f(x + 3)$$

δεν είναι ούτε άρτιες ούτε περιττές.

(Μονάδες 5)

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

GI_V_ALG_4_17842

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{1}{2}(x-c)^2 - d, \quad x \in \mathbb{R}$

με c, d θετικές σταθερές, η γραφική παράσταση της οποίας διέρχεται από τα σημεία $A(0, 16)$ και $B(4, 0)$

- α) Με βάση τα δεδομένα, να κατασκευάσετε ένα σύστημα δύο εξισώσεων με αγνώστους τους c, d και να υπολογίσετε την τιμή τους.

(Μονάδες 10)

- β) Θεωρώντας γνωστό ότι $c = 6$ και $d = 2$,

- i. να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τους άξονες. (Μονάδες 3)
- ii. να μεταφέρετε στην κόλα σας το σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f και να εξηγήσετε πώς αυτή σχετίζεται με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ (Μονάδες 6)
- iii. με βάση την παραπάνω γραφική παράσταση, να βρείτε το ακρότατο της συνάρτησης f , τα διαστήματα στα οποία η f είναι μονότονη, καθώς και το είδος της μονοτονίας της σε καθένα από αυτά τα διαστήματα. (Μονάδες 6)

GI_V_ALG_4_20332

Δίνονται οι συναρτήσεις $\phi(x) = -x^2, x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}$

- α) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης ϕ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

(Μονάδες 10)

- β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

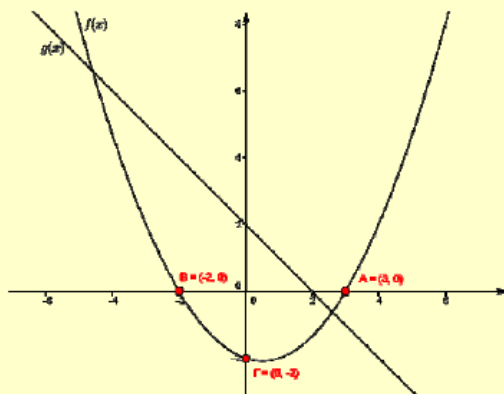
- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa, \kappa < 2$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

GI_V_ALG_4_20334

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.



- α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία Α, Β, Γ, να βρείτε τα a , b , γ .
(Μονάδες 8)
- β) Αν $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων ευθείας και παραβολής.
(Μονάδες 8)
- γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
(Μονάδες 9)