

Έστω $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ δύο διανύσματα τέτοια, ώστε

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{\beta}| = 4 \quad \text{και} \quad \left(\vec{a}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}.$$

Να βρείτε τα εσωτερικά γινόμενα:

i) $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ ii) $\vec{a} \cdot \vec{a}$ iii) $(3\vec{a}) \cdot (-4\vec{\beta})$ iv) $\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{\beta})$.

Έστω δύο διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ τέτοια, ώστε

$$|\vec{a}| = 1, \quad |\vec{\beta}| = 2 \quad \text{και} \quad \left(\vec{a}, \vec{\beta} \right) = \frac{2\pi}{3}.$$

Αν $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$, να βρείτε:

- i) τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ και $\vec{a} \cdot \vec{u}$
- ii) το μέτρο του διανύσματος $\vec{u}$
- iii) τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{u}$.

Δίνονται τα διανύσματα

$$\vec{a} = (1, 2) \quad \text{και} \quad \vec{\beta} = (\mu, 1), \quad \mu \in \mathbb{R}.$$

Να βρείτε την τιμή του μ για την οποία ισχύει η σχέση:

i) $\vec{a} // \vec{\beta}$ ii) $\vec{a} \perp \vec{\beta}$ iii) $\left(\vec{a}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{4}.$

Δίνονται τα σημεία

$$A(0, 2) \quad \text{και} \quad B(3, 1).$$

- i) Να βρείτε το σημείο M του άξονα $x'x$ για το οποίο ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}.$$

- ii) Να βρείτε το σημείο N του άξονα $y'y$ για το οποίο ισχύει η σχέση

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BN} = 12.$$

Δίνονται τα διανύσματα

$$\vec{\alpha} = (3, 2) \quad \text{και} \quad \vec{\beta} = (4, 3).$$

i) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u}$ για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις

$$\vec{\alpha} \perp \vec{u} \quad \text{και} \quad \vec{\beta} \cdot \vec{u} = 1.$$

ii) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι, ώστε να ισχύει η σχέση

$$\vec{u} // (\vec{\alpha} + \lambda \vec{\beta}).$$

Δίνονται τα διανύσματα

$$\vec{\alpha} = (1, -4) \quad \text{και} \quad \vec{\beta} = (3, 1).$$

Να βρείτε:

i) τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και $(2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - \vec{\beta})$

ii) τον πραγματικό αριθμό κ για τον οποίο τα διανύσματα $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} - \kappa \vec{\beta}$ είναι κάθετα μεταξύ τους.

Έστω δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ τέτοια, ώστε

$$|\vec{\alpha}| = 2, \quad |\vec{\beta}| = 3 \quad \text{και} \quad \left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{2}.$$

Αν είναι $\vec{u} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$, να βρείτε:

i) τα εσωτερικά γινόμενα $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και $\vec{\alpha} \cdot \vec{u}$

ii) το μέτρο του διανύσματος $\vec{u}$

iii) τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{u}$.

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ τέτοιο, ώστε

$$\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{AD} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$$

όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο διανύσματα για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις

$$|\vec{\alpha}| = 1, \quad |\vec{\beta}| = 2 \quad \text{και} \quad \left(\vec{\alpha}, \vec{\beta} \right) = \frac{\pi}{3}.$$

- i)** Να αποδείξετε ότι το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο.
- ii)** Να υπολογίσετε τα μήκη των διαγωνίων του ΑΒΓΔ.