

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, το μέσον Δ της $B\Gamma$ και τα σημεία E, Z για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AD} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{AZ} = \frac{3}{7} \overrightarrow{AG}.$$

i) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BE}$ και $\overrightarrow{BZ}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων

$$\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{AG} = \vec{\beta}.$$

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία B, E και Z είναι συνευθειακά.

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E και Z τέτοια, ώστε

$$\overrightarrow{\Delta E} = \frac{1}{3} \overrightarrow{\Delta B} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{BZ} = 2 \overrightarrow{B\Gamma}.$$

i) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{AZ}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = \overrightarrow{AB}$ και $\vec{\beta} = \overrightarrow{AD}$.

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, E, Z είναι συνευθειακά.

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ, E για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις

$$\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{A\Gamma} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\Gamma}.$$

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Gamma\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τα σημεία E, Z για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{Z\Gamma} = \frac{1}{5} \overrightarrow{AG}.$$

Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EBZ\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.