

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

1. α) Πότε δύο μη μηδενικά διανύσματα λέγονται ομόρροπα ; (5 μονάδες)
- β) Να γράψετε με την βοήθεια του εσωτερικού γινομένου πότε δύο διανύσματα είναι ομόρροπα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (10 μονάδες)
- γ) Στη Στήλη Α του παρακάτω πίνακα δίνονται 4 διανύσματα και στη Στήλη Β οι γωνίες που σχηματίζουν αυτά τα διανύσματα με τον Οχ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το διάνυσμα της στήλης Α και δίπλα, τον αριθμό της στήλης Β που αντιστοιχεί πάντα στη σωστή γωνία του διανύσματος με τον Οχ.

Στήλη Α Διάνυσμα	Στήλη Β Γωνία ω διανύσματος με Οχ
$\vec{\alpha} = (\sqrt{2}, -\sqrt{2})$	1. $\omega = 0$
$\vec{\beta} = (0, -1)$	2. $\omega = \frac{4\pi}{3}$
$\vec{\gamma} = (-2, 0)$	3. $\omega = \frac{\pi}{2}$
$\vec{\delta} = (-1, \sqrt{3})$	4. $\omega = \frac{3\pi}{2}$
	5. $\omega = \frac{7\pi}{4}$
	6. $\omega = \frac{3\pi}{4}$
	7. $\omega = \pi$

(10 μονάδες)

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 120^\circ$ για τα οποία ισχύουν $\vec{\alpha} \cdot (\vec{\alpha} + 4\vec{\beta}) = -24$

και $\vec{\alpha} \cdot (2\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = 22$. Να βρείτε

- i) τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

(7 μονάδες)

- ii) το γινόμενο $(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 2\vec{\beta})$

(6 μονάδες)

- iii) το μέτρο $|2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}|$

(6 μονάδες)

- iv) για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ τα διανύσματα $\vec{v} = \lambda\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $\vec{w} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ είναι κάθετα

(6 μονάδες)

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 60^\circ$ και $\frac{|\overrightarrow{AB}|}{3} = \frac{|\overrightarrow{AG}|}{4}$. Αν για κάποιο σημείο Δ ισχύει :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG} \quad \text{ναδειχτεί ότι :}$$

i) τα σημεία Δ, Β, Γ είναι συνευθειακά.

(8 μονάδες)

ii) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} = \frac{4}{9} |\overrightarrow{AB}|^2$, όπου ΑΜ διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ

(8 μονάδες)

iii) Αν $|\overrightarrow{AG}| = 4$ να βρεθεί

α) το $|\overrightarrow{AD}|$.

β) το $\sin(\angle \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AM})$

(9 μονάδες)

4. Α) Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων Οχψ θεωρούμε τα σημεία Α, Β, τα οποία έχουν τετμημένες τις ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (2\lambda + \mu)x - 2005 = 0$ και τεταγμένες τις ρίζες της εξίσωσης $y^2 - (3\lambda + 2\mu)y + 2006 = 0$. Να προσδιοριστεί οι $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ώστε το μέσο του ΑΒ να έχει συντεταγμένες (5,6).

(13 μονάδες)

Β) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (\lambda, \mu)$, (λ, μ οι αριθμοί του προηγούμενου ερωτήματος) και $\vec{v} = (2, 1)$. Να υπολογίσετε :

i) την προβολή $\vec{v}$

(6 μονάδες)

ii) να αναλύσετε το διάνυσμα $\vec{v}$ σε δύο κάθετες συνιστώσες $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ ώστε $\vec{\beta} \parallel \vec{u}$ με $\vec{\beta} \neq 0$.

(6 μονάδες)