

ΘΕΜΑ 1 _____

Έστω (ε) η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$.

1. Σε ποιες περιπτώσεις η (ε) έχει συντελεστή διεύθυνσης; Πως εκφράζεται τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της (ε) ως παράσταση των συντελεστών της;
2. Να αποδείξετε ότι
 - (α') Η ευθεία (ε) είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.
 - (β') Η ευθεία (ε) είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$.

Μονάδες: 1. 5 2α. 10 2,β 10

ΘΕΜΑ 2 _____

Δίνεται ο κύκλος

$$x^2 + y^2 = 4 \quad (C)$$

1. Να βρείτε το κέντρο του και την ακτίνα του.
2. Να επαληθεύσετε ότι τα σημεία $A\left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$, $B\left(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$ είναι σημεία του (C) .
3. Σε κάθε σημείο M του (C) αντιστοιχούμε το σημείο M' με

$$\overrightarrow{OM'} = (\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OB})$$

(O η αρχή των αξόνων).

- (α') Να αποδείξετε ότι $|\overrightarrow{OM'}| = 2|\overrightarrow{OM}|$
- (β') Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του M' .

Μονάδες: 1. 6 2. 6 3α. 6 3β. 7

ΘΕΜΑ 3 _____

Δίνονται τα σημεία $A(\alpha, 0)$, $B(0, 2 - \alpha)$, $\Gamma(\alpha, 2 - \alpha)$ όπου $\alpha \in (0, 2)$.

1. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το Γ και είναι κάθετη στην AB .
2. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου $\mathcal{K}$ που διέρχεται από τα A , B και Γ .
3. Να αποδείξετε ότι η ευθεία (ε) διέρχεται από σταθερό σημείο ανεξάρτητο του α .
4. Να αποδείξετε ότι ο κύκλος $\mathcal{K}$ διέρχεται από σταθερό σημείο ανεξάρτητο του α .

Μονάδες: 1. 6 2. 6 3. 6 4. 7

ΘΕΜΑ 4 _____

Δίνεται η ευθεία με εξίσωση

$$x - 2y + 2 = 0 \quad (1)$$

και τα σημεία της $A(0, 1)$ και $N(\alpha, \beta)$ με $N \neq A$. Θεωρούμε την εξίσωση

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = \frac{\alpha(\beta - 1)}{2} \quad (2)$$

1. Να αποδείξετε ότι η (2) είναι εξίσωση κύκλου.
2. Να αποδείξετε αποδείξετε ότι ο κύκλος (2) εφάπτεται στις ευθείες $y = 1$ και $4x - 3y + 3 = 0$. Ονομάζουμε B και Γ τα σημεία επαφής αντιστοίχως.
3. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma N$ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τετραγώνου που έχει ως πλευρά την ακτίνα του κύκλου (2).

Μονάδες: 1. 8 2. 8 3. 9