

Επανάληψη-Βασικές Μεθοδολογίες-Θέματα-Ασκήσεις κεφ.2°

- Στοιχεία τριγώνου :

Εύρεση ευθείας με γνωστό συντελεστή διεύθυνσης

Εύρεση ευθείας που διέρχεται απο γνωστό σημείο

Τομές ευθειών

Σημείο που ανήκει σε γνωστή ευθεία

1. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Α(-3,3) και μία πλευρά του βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση : $\psi = \chi - 2$

A) Αν ΑΔ το ύψος του τριγώνου να βρείτε τις συντεταγμένες του Δ . ($\Delta(1,-1)$)

B) Αν η διάμεσος ΓΜ βρίσκεται στην ευθεία με εξίσωση : $9\psi - 5\chi = 10$ να βρείτε :

I) τις συντεταγμένες του Γ και την εξίσωση της ΑΓ ($\Gamma(7,5)$, ΑΓ: $\chi - 5\psi + 18 = 0$)

II) τις συντεταγμένες του Β και την εξίσωση της ΑΒ ($B(-1,-3)$,ΑΒ: $\psi = -3\chi - 6$)

III) το ορθόκέντρο του ΑΒΓ ($H(-2,2)$)

2. Τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΓ : $\chi + 2\psi = 15$, ύψος ΑΔ: $\psi = -\chi + 8$ και μεσοκάθετος ΑΒ: $\chi + 3\psi = -8$

Βρείτε : I) τις συντεταγμένες των κορυφών Α , Β , Γ ($A(1,7)$, $B(-5,-11)$, $\Gamma(9,3)$)

II) Την μεσοκάθετη της ΑΓ ($\psi = 2\chi - 5$)

III) το κέντρο και την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου ($K(1,-3)$ $\rho = 10$)

3. $\epsilon_1 : \chi + 2\psi + 12\beta = 0$ και $\epsilon_2: \psi = (\beta - \alpha)\chi + 2$ α είναι κάθετες και το σημείο τομής τους ανήκει στην ευθεία $\chi = 4$.

I) Να δείξετε $\alpha = -1/2$ και $\beta = 3/2$

II) Να βρείτε ευθεία ζ που διέρχεται απο το $P(2,-2)$ και τέμνει τις ϵ_1 , ϵ_2 στα Α,Β ώστε οι τεταγμένη του μέσου Μ του ΑΒ να είναι 22.

4. Τα σημεία Α(-4, 6) και Γ(-1, 1) είναι οι απέναντι κορυφές ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ. Οι πλευρές ΒΓ και ΓΔ του παραλληλογράμμου ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις $\chi + 3\gamma = 2$ και $\chi - \gamma + 2 = 0$ αντιστοίχως.

Να υπολογίσετε :

(i) Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ.

(ii) Το συνημίτονο της οξείας γωνίας των διαγωνίων του παραλληλογράμμου

- Γεωμετρικός τόπος

1.Δίνονται οι ευθείες ϵ : $\psi=3\chi-7$ και ζ : $\chi-2\psi-4=0$.

Έστω $A(\lambda, \mu)$ σημείο της ϵ και B το συμμετρικό του A ως προς την ζ . Να δείξετε ότι το B κινείται σε ευθεία. ($\chi+3\psi+1=0$)

2.Αν το σημείο $M(x_1, y_1)$ κινείται πάνω στην ευθεία $3x + 5y - 3 = 0$, να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου $M(2x_1 + 1, 5y_1 - 4)$.

- Παραμετρική εξίσωση ευθείας

Δίνεται η εξίσωση: $-x - 2 + \lambda(2x + 3\psi - 1) = 0, \lambda \in \mathbb{R}$ (1)

Να αποδειχθεί ότι:

I) Για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία.

II) Όλες οι ευθείες που ορίζονται από την (1) διέρχονται από το ίδιο σημείο.

IV) Τιμές του λ , ώστε να είναι παράλληλες: α) στον $\chi\chi'$ β) $\psi\psi'$ γ) να διέρχονται από $O(0,0)$

III) Ποια από τις παραπάνω ευθείες είναι κάθετη στην ευθεία (η): $\psi = \frac{1}{2}x + 3$;

- Σχετική θέση δύο ευθειών

Λύνω παραμετρικό σύστημα με ορίζουσες D, D_x, D_ψ .

Να αποδείξετε ότι οι ευθείες $\lambda x + (\lambda - 1)y = 2\lambda$ και $(\lambda + 1)x + \lambda y = 2\lambda + 1$ τέμνονται για όλες τις τιμές του λ . Ποιος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων τομής τους;

- Γωνία δυο ευθειών

1. ϵ_1 : $\alpha\chi + \psi + 3 = 0$ και ϵ_2 : $5\chi - 3\psi + 8 = 0$. Να βρείτε τον αριθμό α , ώστε η γωνία των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 να είναι 45° .

2. Τα σημεία $A(-4, 6)$ και $\Gamma(-1, 1)$ είναι οι απέναντι κορυφές ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$. Οι πλευρές $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$ του παραλληλογράμμου ανήκουν στις ευθείες με εξισώσεις $x + 3y = 2$ και $x - y + 2 = 0$ αντιστοίχως.

Να υπολογίσετε:

(i) Τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .

(ii) Το συνημίτονο της οξείας γωνίας των διαγωνίων του παραλληλογράμμου

- Εξίσωση της μορφής $A\chi^2 + B\psi^2 + \Gamma\chi\psi + \Delta\chi + E\psi + Z = 0$

Να αποδείξετε ότι η εξίσωση: $2x^2 + 3xy - 2y^2 + 3x + y + 1 = 0$ παριστάνει δύο ευθείες κάθετες μεταξύ τους.

- Απόσταση σημείου απο ευθεία –εμβαδόν τριγώνου

1.Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από τις ευθείες $\varepsilon_1 : 3x + 4y + 2 = 0$ και $\varepsilon_2 : 8x + 6y - 3 = 0$.

2. Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς λ και μ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : x + \lambda y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2\lambda x + 2y + \mu = 0$ να είναι παράλληλες και η απόστασή τους να είναι ίση με $2\sqrt{2}$.

3. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : y = -2x$ και $\varepsilon_2 : y = 2x + 1$. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $\frac{d(M, \varepsilon_1)}{d(M, \varepsilon_2)} = \frac{2}{3}$.

4. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών οι οποίες διέρχονται από την αρχή των αξόνων O και απέχουν από το σημείο $A(-1, 3)$ απόσταση ίση με 1.

5. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon: 3x - \psi + \alpha = 0$ με $\alpha \in \mathbb{R}$ και τα σημεία $A(4, 2)$, $B(-7, -1)$ τα οποία απέχουν απο την ε αποστάσεις $2\sqrt{10}$ και $\sqrt{10}$ αντιστοίχα.

I) Να βρείτε το α

II) Αν Γ είναι το σημείο τομής της ε με τον άξονα $\psi\psi'$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

III) Να βρείτε ποιο σημείο της ε απέχει την μικρότερη απόσταση απο την αρχή των αξόνων

ΓΕΝΙΚΑ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ:

1.Οι πλευρές AB και $\Delta\Gamma$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις $\psi = \chi - 3$ και $\psi = \chi - 1$ αντίστοιχα, η κορυφή A έχει συντεταγμένες $A(1, -2)$ και η διαγώνιος $A\Gamma$ βρίσκεται πάνω στην ευθεία με εξίσωση $\psi = 2\chi - 4$, ενώ η πλευρά $A\Delta$ σχηματίζει με την πλευρά $\Delta\Gamma$ γωνία 135° .

I) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ και του κέντρου K του παρ/μου

II) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών πάνω στις οποίες βρίσκονται οι πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$.

III) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Δ

IV) Να βρείτε το μήκος του ύψους του παραλληλογράμμου

V) Να βρείτε την εξίσωση των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι πλευρές AB και $A\Delta$.

2. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A(3, -1)$, $B(1, 0)$ και η γωνία $\hat{B} = 45^\circ$.

I) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της πλευράς $B\Gamma$, αν είναι επιπλέον γνωστό ότι σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $\chi\chi'$.

II) Να βρείτε το μήκος του ύψους του τριγώνου που άγεται από την κορυφή A προς την $B\Gamma$.

III) Αν το εμβαδόν του τριγώνου είναι 10 τ.μ να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .

