

Διαγώνισμα σε κινηματική -δυναμική μέχρι και τριβή.

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις Α1 έως και Α4 να βρείτε τη σωστή απάντηση

Α₁) Ένα σώμα κινείται με αυξανόμενο μέτρο ταχύτητας ενώ κάποια στιγμή το μέτρο της δύναμης που το επιταχύνει αρχίζει να μειώνεται. Τότε:

- α) η ταχύτητα μειώνεται ενώ ο ρυθμός μεταβολής της αυξάνει.
- β) η ταχύτητα μειώνεται καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της.
- γ) η ταχύτητα αυξάνει ενώ ο ρυθμός μεταβολής της μειώνεται.
- δ) η ταχύτητα αυξάνει καθώς και ο ρυθμός μεταβολής της .

Α₂) Κινητό κινείται ευθύγραμμα σε άξονα Χ με διαρκώς μικρότερη ταχύτητα μέχρι μηδενισμού της. Τότε πρέπει:

- α) $u > 0$, $a > 0$ β) $u < 0$, $a < 0$ γ) $u < 0$, $a > 0$

Α₃) Σε ένα σώμα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο ασκούνται τρεις δυνάμεις με ίσα μέτρα $F_1 = F_2 = F_3 = 5\text{N}$ οριζόντιες. Η συνισταμένη δύναμη μπορεί να έχει τιμή:

- α) $5\text{N} \leq F_{\text{ολ}} \leq 15\text{N}$ β) $0\text{N} \leq F_{\text{ολ}} \leq 15\text{N}$ γ) $5\text{N} \leq F_{\text{ολ}} \leq 10\text{N}$

Α₄) Αφήνουμε ένα σώμα από κάποιο ύψος να εκτελέσει ελεύθερη πτώση . Στο 1^ο sec της πτώσης του κατεβαίνει κατά 5m. Τότε στο επόμενο sec θα κατέβει επιπλέον κατά:

- α) 5m β) 10m γ) 15m δ) 20m

Α₅) Να γράψετε Σ για τις σωστές και Λ για τις λανθασμένες προτάσεις:

- α) Με σταθερή ταχύτητα $u = 72\text{Km/h}$ ένα αυτοκίνητο διανύει 20 m σε 1s
- β) Επιτάχυνση $a = 2\text{m/s}^2$ σημαίνει ότι η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά 1m/s σε κάθε 2sec.
- γ) Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ισχύει η $v = \sqrt{2ax}$
- δ) Η αδράνεια είναι μια ιδιότητα της ύλης
- ε) Στο διάγραμμα $a-t$ το εμβαδόν μεταξύ της παράστασης και του άξονα των t εκφράζει αριθμητικά την μεταβολή της ταχύτητας

ΘΕΜΑ Β

Β₁) Το διπλανό διάγραμμα αφορά δυο κινητά Α και Β που κινούνται ευθύγραμμα ενώ την $t=0$ οι θέσεις τους στον ίδιο άξονα Χ είναι για το Α, $x_{\text{οΑ}}=0$ για δε το Β $x_{\text{οΒ}}=-2\text{m}$. Την $t=4\text{s}$ η μεταξύ τους απόσταση θα είναι:

- α) 16m β) 8m γ) 10m

Να δικαιολογήσετε

Β₂)1) Σώμα βάρους $W=10\text{N}$ βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη $t=0$ ασκούμε σ'αυτό κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη η οποία δίδεται από τη σχέση $F=12-2t(\text{SI})$

Το σώμα αρχίζει την απογείωση την χρονική στιγμή:

- α) 1s β) 0s γ) δεν θα απογειωθεί

Να δικαιολογήσετε

2) Α)Αν στο προηγούμενο θέμα η δύναμη δίδεται από τη σχέση $F=6+2t(\text{SI})$

Το σώμα θα απογειωθεί την χρονική στιγμή:

- α) 1s β) 2s γ) 3s

Να δικαιολογήσετε

Β) Το σώμα θα ασκεί στο επίπεδο δύναμη μέτρου 2N την χρονική στιγμή:

- α) 0s β) 1s γ) 2s

Να δικαιολογήσετε

Β₃) Δύο κινητά (παιχνίδια) Ι και ΙΙ περνούν συγχρόνως από τις θέσεις $x_1 = -6\text{m}$ και $x_2 = +6\text{m}$ άξονα Χ, με ταχύτητες $u_1 > 0$ και $u_2 < 0$ κινούμενα με σταθερές τις ταχύτητές τους επί του άξονα, οπότε συναντώνται στη θέση $x_0 = -2\text{m}$.

Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων u_2/u_1 θα είναι:

- α) 1 β) 2 γ) 3 δ) 4

Να δικαιολογήσετε

ΘΕΜΑ Γ

Σε οριζόντιο λείο επίπεδο βρίσκονται δύο σώματα με μάζες m και $2m$ τα οποία ενώνονται μεταξύ τους με τεντωμένο ιδανικό νήμα (αμελητέας μάζας και μη εκτατό).

Θέλουμε, ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 300\text{N}$ στη διεύθυνση του νήματος, σε κάποιο από τα δύο σώματα, να σύρουμε το σύστημα χωρίς να σπάσει το νήμα που έχει όριο θραύσης $T_0 = 160\text{N}$.

1. Σε ποιο από τα δύο σώματα πρέπει να ασκήσουμε τη δύναμη;
2. Ποια η μέγιστη τιμή της F ώστε σε όποιο σώμα και αν ασκήσουμε τη δύναμη το νήμα να μην σπάζει.
3. Αν τα σώματα ήταν σε επίπεδο μη λείο παρουσιάζοντας τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης και ασκούσαμε την δύναμη F στο σώμα $2m$ όπως την ασκήσαμε στο 1^ο ερώτημα, επιταχύνοντας το σύστημα, το νήμα θα έσπαζε ή όχι;

ΘΕΜΑ Δ

Ένα σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως θ τέτοιας ώστε $\varepsilon\phi\theta = 0,5$, ισορροπώντας οριακά. Φέρνουμε το κεκλιμένο επίπεδο σε οριζόντια θέση και ασκούμε στο σώμα την $t = 0$ οριζόντια δύναμη $F = 7\text{N}$, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\text{s}$ οπότε παύει να δρα η δύναμη F .

- α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την t_1
- β) Ποια η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 20\text{s}$
- γ) Να γίνει η παράσταση $u-t$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2
- δ) Με τη βοήθεια του προηγούμενου διαγράμματος $u-t$ να βρείτε την μετατόπιση του σώματος από την $t = 5\text{s}$ μέχρι την $t = 12\text{s}$
- Δίδεται: $g = 10\text{m/s}^2$

Παντελεήμων Παπαδάκης

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

08/01/2022

ΑΠ

$A_1) \gamma \quad A_2) \gamma \quad A_3) \beta \quad A_4) \gamma \quad A_5) \Sigma, \Lambda, \Sigma, \Sigma, \Sigma$

ΘΕΜΑ Β

B1) **Ορθή η γ**

1^{ος} τρόπος

Στο διάγραμμα το εμβαδόν μεταξύ παραστάσεων και του άξονα των t εκφράζει αριθμητικά την μετατόπιση κάθε κινητού.

$$\Delta x_A = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4m \quad \text{και} \quad \Delta x_B = -\frac{2 \cdot 4}{2} = -4m \quad (\text{το } - \text{αφορ } \text{την μετατ. πιση})$$

$$\text{Τότε} \quad D = \Delta x_A + |\Delta x_B| + |x_{0B}| = 4 + 4 + 2 \Rightarrow D = 10m$$

2^{ος} τρόπος

Από το διάγραμμα καταλαβαίνουμε ότι οι κινήσεις και των δύο είναι ομαλά μεταβαλλόμενες με επιταχύνσεις:

$$\alpha_A = \Delta v / \Delta t = 2 / 4 = 0,5m/s^2 \quad \text{και} \quad \alpha_B = \Delta v / \Delta t = 0 - (-2) / 4 = 0,5m/s^2$$

$$x_A = \frac{1}{2} \alpha_A t^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 4^2 \Rightarrow x_A = 4m$$

$$x_B = x_{0B} + v_0 t + \frac{1}{2} \alpha_B t^2 \Rightarrow x_B = -2 - 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} 0,5 \cdot 4^2 \Rightarrow x_B = -6m$$

$$\text{Έτσι} \quad D = x_A + |x_B| = 4 + 6 \Rightarrow D = 10m$$

B₂)

1) Την $t=0$, $F=12N > W=10N$ άρα ξεκινά την $t=0$. **Ορθή η (β)**

2Α) Την $t=0$ $F=6N < 10N$ άρα το σώμα θα απογειωθεί όταν μηδενιστεί η αντίδραση του επιπέδου N και ισχύει:

$$F = W \Rightarrow 6 + 2t = 10 \Rightarrow t = 2s \quad \text{Ορθή η (β)}$$

Β) Πριν την απογείωση ισχύει :

$$F + N = W \Rightarrow 6 + 2t + 2 = 10 \Rightarrow t = 1s \quad \text{Ορθή η (β)}$$

B₃) **Ορθή η (β)**

Σχεδιάζω ένα γράφημα με τον άξονα κίνησης και τις χαρακτηριστικές θέσεις των κινητών.

$$\frac{|\Delta x_2|}{|\Delta x_1|} = \frac{|v_2| \Delta t}{|v_1| \Delta t} \Rightarrow \frac{|v_2|}{|v_1|} = \frac{|-2-6|}{|-2-(-6)|} \Rightarrow \frac{|v_2|}{|v_1|} = \frac{8}{4} \Rightarrow \frac{|v_2|}{|v_1|} = 2$$

ΘΕΜΑ Γ

1) i) Ας ασκήσουμε τη δύναμη στο m .

Κατ' αρχάς για το νήμα, κατά την επιταχυνόμενη κίνηση που θα εκτελέσει το σύστημα, επειδή είναι αμελητέας μάζας, θα έχουμε για τα μέτρα των τάσεων στα άκρα του:

$$\Sigma F_v = m_v a \xrightarrow{m_v \rightarrow 0} T_2 - T_1 = 0 \rightarrow T_2 = T_1 = T$$

Για ~~το~~ ~~2m~~ σύστημα ~~α~~ ~~2~~ος Νόμος Νεύτωνα: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow a = \frac{F}{3m}$

Για το 2m: $T = 2m a = \frac{2mF}{3m} = \frac{2F}{3} \rightarrow T = 200N > 160N$ ~~ρα~~

σπάζει το νήμα

ii) Αν ασκήσουμε τη δύναμη στο 2 m.

Όπως και προηγουμένως εξηγήσαμε ισχύει: $T'_2 = T'_1 = T'$

Για το όλο σύστημα ο 2ος νόμος:

$$\Sigma F = 3m a \rightarrow F = 3m a \rightarrow a = \frac{F}{3m}$$

Για το m: $T' = m a = \frac{mF}{3m} = \frac{F}{3} \rightarrow T' = 100N < 160N$

άρα **δεν σπάζει το νήμα**

2) Στο 1ο σενάριο, με την F να ασκείται στο m βρήκαμε ότι: $T = \frac{2F}{3}$

και πρέπει $\frac{2F}{3} \leq T_\theta \Rightarrow \frac{2F}{3} \leq 160N \Rightarrow F \leq 240N$

Στο 2ο σενάριο με την F να ασκείται στο 2m βρήκαμε ότι: $T = \frac{F}{3}$

και πρέπει $\frac{F}{3} \leq T_\theta \Rightarrow \frac{F}{3} \leq 160N \Rightarrow F \leq 480N$

Άρα πρέπει : $F_{\max} = 240N$

3) Στα σώματα ασκούνται δυνάμεις τριβής:

$$T_{\rho 1} = \mu N_1 = \mu mg \text{ και } T_{\rho 2} = \mu N_2 = \mu 2mg$$

Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Νεύτωνα για το όλο σύστημα:

$$\Sigma F = 3ma \Rightarrow F - T_{\rho 1} - T_{\rho 2} = 3ma \Rightarrow F - 3\mu mg = 3ma \Rightarrow a = \frac{F}{3m} - \mu g$$

Για το m :

$$\Sigma F = ma \Rightarrow T - T_{\rho 1} = ma \Rightarrow T - \mu mg = m \left(\frac{F}{3m} - \mu g \right) \Rightarrow$$

$$T = \frac{F}{3} = \frac{300}{3} \Rightarrow T = 100N < 160N \text{ ~~ρα~~ ~~ή~~ ~~δεν~~ ~~σπ~~ ~~ζει~~ ~~το~~ ~~ν~~ ~~μ~~ ~~α~~}$$

ΘΕΜΑ Δ

1) Το σώμα στο κεκλιμένο παραμένει ακίνητο οριακά, άρα κατ' αρχάς υπάρχει τριβή και για την ισορροπία στους δύο άξονες θα ισχύουν:

$$\left\langle \begin{aligned} \Sigma F_x = 0 &\Rightarrow mg\eta\mu\theta = T \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu\theta = N \end{aligned} \right\rangle \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{T}{N} \Rightarrow$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \mu \Rightarrow \mu = 0,5$$

$$\left\langle \begin{aligned} T &= \mu N \\ N' &= mg \end{aligned} \right\rangle \Rightarrow T = \mu mg = 0,5 \cdot 1 \cdot 10 \Rightarrow T = 5N < F$$

$$\acute{\alpha}\rho\alpha \text{ το σ\acute{o}\mu\alpha \xi\epsilon\kappa\iota\nu\acute{\alpha} \epsilon\pi\iota\tau\alpha\chi\upsilon\nu\acute{o}\mu\epsilon\nu\omicron \text{ με } \alpha = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{F - T}{m} = \frac{7 - 5}{1} \Rightarrow a = 2m/s^2$$

$$\text{Για την ταχύτητα ισχύει: } v = at \Rightarrow v_1 = 2 \cdot 10 \Rightarrow v_1 = 20m/s$$

2) Επειδή την $t=10s$ παύει να δρα η F η μόνη δύναμη που δρα στη διεύθυνση κίνησης είναι η τριβή η οποία επιβραδύνει το σώμα με επιτάχυνση :

$$\alpha' = \frac{-T}{m} = -\frac{5}{1} \Rightarrow a' = -5m/s^2$$

Τώρα πρέπει να ελέγξουμε αν το σώμα θα κινείται μέχρι την $t_z = 20sec$

Για την επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$v = v_1 + \alpha' \Delta t \xrightarrow{v=0} \Delta t = -\frac{v_1}{\alpha'} = -\frac{20}{-5} \Rightarrow \Delta t = 4s$$

Άρα η χρονική στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητα είναι :

$$t = t_1 + \Delta t = 10 + 4 \Rightarrow t = 14s < 20s$$

Το σώμα λοιπόν μετατοπίζεται μέχρι την t_1 επιταχυνόμενο με $a=2m/s^2$ και μετατοπίζεται κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} at_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 100m$$

Στη συνέχεια μετατοπίζεται επι πλέον επιβραδυνόμενο με $a' = -5m/s^2$ για $\Delta t = 4s$ κατά:

$$\Delta x_2 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 20 \cdot 4 + \frac{1}{2} (-5) 4^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 40m$$

Άρα συνολική μετατόπιση μέχρι την $t = 20s$: $\Delta x = 100 + 40$

$$\Delta x = 140m$$

3)

4)Με βάση τη γνώση μας από την γεωμετρία ότι "σε ένα τρίγωνο το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη και ίσο με το μισό αυτής", είναι εύκολο να δούμε ότι στις χρονικές στιγμές 5 και 12s, μέσα των τμημάτων 0-10 και 10-14 αντιστοιχεί ταχύτητα $u=20/2=10\text{m/s}$.

Η ζητούμενη μετατόπιση από το 5^ο s μέχρι το 12^ο s εκφράζεται αριθμητικά από το σκιασμένο εμβαδόν ,άθροισμα ορθογωνίου παραλ/μου +τριγώνου.

$$\Delta x = 5 \cdot 10 + \frac{7 \cdot 10}{2} \Rightarrow \Delta x = 105\text{m}$$

Παντελεήμων Παπαδάκης

09/01/2020