

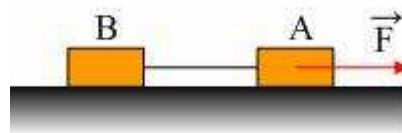
Δυναμική στο επίπεδο.

1.3.1. Η τάση του νήματος, πού και γιατί;

Έστω ότι σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β με μάζες $M=3\text{kg}$ και $m=2\text{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία συνδέονται με ένα νήμα. Σε μια στιγμή ασκούμε στο Α σώμα οριζόντια δύναμη μέτρου $F=10\text{N}$, όπως στο σχήμα. Αν το νήμα θεωρείται αβαρές, να βρεθούν οι δυνάμεις που ασκούνται από το νήμα στα δύο σώματα.



1.3.2. Απόσταση σωμάτων.



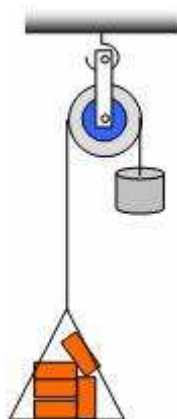
Τα σώματα Α και Β του σχήματος έχουν ίσες μάζες $m_1=m_2=2\text{kg}$ και ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$, δεμένα στα άκρα νήματος μήκους $L=1\text{m}$. Για $t=0$ ασκούμε στο Α σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{N}$. Τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{s}$ το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται ενώ η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α.

- i) Ποια η ταχύτητα των δύο σωμάτων τη στιγμή t_1 ;
- ii) Πόσο απέχουν τα δύο σώματα τη χρονική στιγμή $t_2=8\text{s}$;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.3. Επιτάχυνση ενός συστήματος σωμάτων.

Θέλουμε να ανεβάσουμε ένα φορτίο από τούβλα μάζας 8kg . Για το σκοπό αυτό το δένουμε στο ένα άκρο νήματος, το οποίο αφού το περάσουμε από τροχαλία, δένουμε στο άλλο του άκρο ένα αντίβαρο μάζας 12kg .

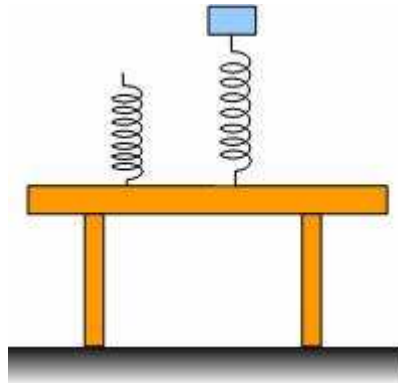


Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί. Με δεδομένο ότι η μάζα της τροχαλίας θεωρείται αμελητέα, σε σχέση με τις μάζες των άλλων σωμάτων, να υπολογιστούν:

- i) Η επιτάχυνση της κίνησης.
- ii) Η τάση του νήματος που συνδέει τα 2 σώματα.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.4. Δράση - αντίδραση. Ελατήριο και σώμα.

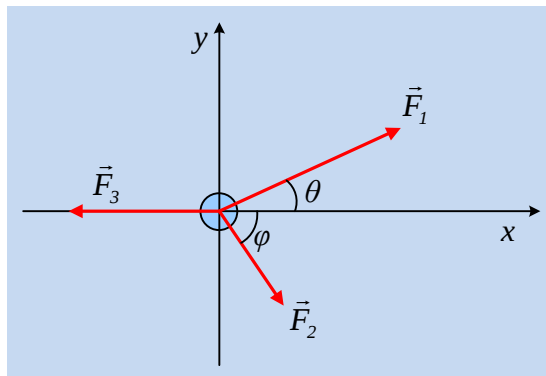


Το σώμα μάζας 2kg ταλαντώνεται στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου με φυσικό μήκος $0,4\text{m}$ και σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Σε μια στιγμή το ελατήριο έχει μήκος $0,5\text{m}$. Για τη στιγμή αυτή:

- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, στο ελατήριο και στο τραπέζι.
- Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη δράσης – αντίδρασης.
- Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τραπέζι στο ελατήριο; $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.5. Ανάλυση και σύνθεση δυνάμεων.

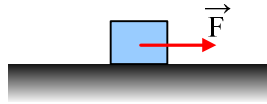
Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούνται πάνω του οι οριζόντιες δυνάμεις που εμφανίζονται στο σχήμα. (Το σχήμα είναι κάτοψη, πράγμα που σημαίνει ότι εμείς το βλέπουμε από πάνω). Δίνονται $F_1=8\sqrt{3}\text{ N}$, $F_2=14\text{N}$, $F_3=6\text{N}$, $\theta=30^\circ$ και $\varphi=60^\circ$.



- Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους άξονες x και y και να υπολογίσετε τα μέτρα των συνιστωσών των τριών δυνάμεων.
- Να βρεθεί η συνισταμένη των συνιστωσών στον άξονα x και στον άξονα y .
- Να βρεθεί η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- Σε ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σώμα και πόσο θα είναι το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει;

$$\text{Δίνονται } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ και } \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

1.3.6. Δυνάμεις σε σώμα και τριβές.



Ένα σώμα μάζας 5kg ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο.

- A) Όταν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη $F_1=10\text{N}$, το σώμα δεν κινείται.
 B) Όταν αυξήσουμε την δύναμη, παρατηρούμε ότι το σώμα ξεκινά μόλις το μέτρο της δύναμης γίνει $F_2=20\text{N}$.
 Γ) Με σταθερή την δύναμη $F_2=20\text{N}$, παρατηρούμε ότι το σώμα θα μετατοπιστεί κατά 8m σε χρονικό διάστημα 4sec.

α. Ποια πρόταση είναι λάθος;

- i) Όταν ασκήσουμε την F_1 , το σώμα δεν κινείται επειδή η δύναμη αυτή είναι μικρότερη από την τριβή που ασκείται το σώμα και η οποία είναι 20N.
 ii) Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής είναι 20N.
 iii) Μόλις ξεκινήσει το σώμα η τριβή μειώνεται.
 iv) Αν η δύναμη σχημάτιζε γωνία με το οριζόντιο επίπεδο, προς τα πάνω, η τριβή θα ήταν μικρότερη.

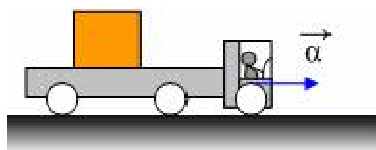
β. Να υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του.

γ. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε περίπτωση και να υπολογίστε τα μέτρα τους.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.7. Στατική και οριακή τριβή.

Στην καρότσα ενός φορτηγού βρίσκεται ένα κιβώτιο, το οποίο παρουσιάζει με την καρότσα συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s=0,4$.



Ποια είναι η μέγιστη επιτάχυνση που μπορεί να αποκτήσει το φορτηγό, χωρίς να γλιστρήσει το κιβώτιο;

1.3.8. Η τριβή ολίσθησης και η στατική τριβή.

Έστω ένα σώμα μάζας $m=5\text{kg}$ που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,4$ και συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s=0,5$. Αν $g=10\text{m/s}^2$:

- i) Ποιο το μέτρο της οριακής στατικής τριβής και ποιο της τριβής ολίσθησης;
 ii) Στο σώμα ασκούμε οριζόντια δύναμη F . Να υπολογιστεί η ασκούμενη τριβή, αν το μέτρο της δύναμης είναι:

α) $F=16\text{N}$

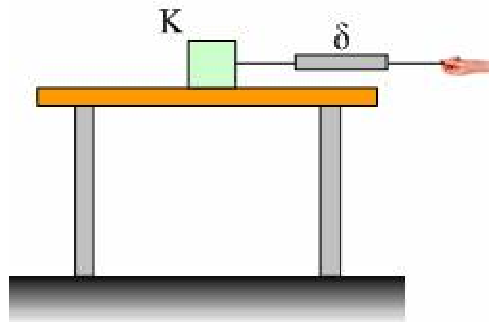
β) $F=20\text{N}$

γ) $F=23\text{N}$ και δ) $F=27\text{N}$.

- iii) Το σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $v_0=3\text{m/s}$, ενώ ταυτόχρονα ασκείται πάνω του η δύναμη $F=20\text{N}$. Τι κίνηση πραγματοποιεί;

1.3.9. Τριβή και 3ος Νόμος του Νεύτωνα.

Πάνω σε ένα τραπέζι ηρεμεί ένα κιβώτιο μάζας $0,5\text{kg}$. Ασκούμε πάνω του, μέσω ενός δυναμομέτρου δύναμη μέτρου 1N και το κιβώτιο δεν μετακινείται.



- 1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
- 2) Το κιβώτιο ασκεί στο τραπέζι:
 - i. Το βάρος του.
 - ii. Δύναμη κατακόρυφη ίση κατά μέτρο με το βάρος του.
 - iii. Πλάγια δύναμη μέτρου μεγαλύτερη του βάρους του.
 Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- 3) Τραβώντας με μεγαλύτερη δύναμη $F_1=2\text{N}$, μετακινούμε το κιβώτιο κατά 50cm σε 1s . Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και τραπεζιού.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.10. Ποια η κατεύθυνση της τριβής.

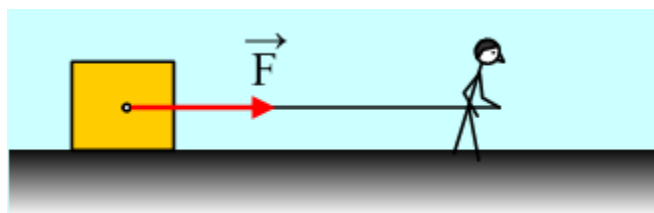
Το σώμα Σ βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση $a=3\text{m/s}^2$, με την επίδραση κατάλληλης δύναμης F , όπως στο σχήμα. Το σώμα κινείται μαζί με την σανίδα.



- α) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ .
- β) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ σώματος και σανίδας, για να μπορεί το σώμα Σ να κινείται μαζί με την σανίδα;

1.3.11. Κίνηση με τριβή και γραφικές παραστάσεις.

Ένα κιβώτιο μάζας 40kg σύρεται από έναν άνθρωπο σε οριζόντιο έδαφος, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας δύναμης F .



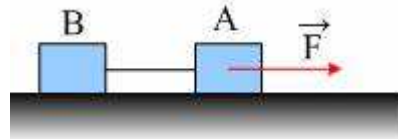
Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, περνά από ένα σημείο Α, ενώ το μέτρο της δύναμης είναι $F_1=100\text{N}$ και η

ταχύτητα παραμένει σταθερή, με τιμή $v_1=3\text{m/s}$ μέχρι τη στιγμή $t_1=5\text{s}$. Τη στιγμή αυτή το μέτρο της δύναμης μειώνεται στην τιμή $F_2=40\text{N}$.

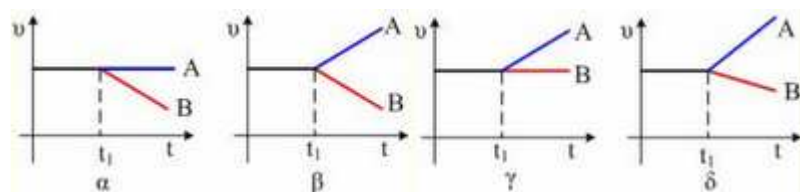
- Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και εδάφους.
 - Ποια χρονική στιγμή θα σταματήσει η κίνηση του κιβωτίου;
 - Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο και μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=10\text{s}$:
 - της ταχύτητας του κιβωτίου.
 - της απόστασής του από το σημείο Α.
 - της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο.
- Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.12. Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής και σύστημα σωμάτων.

Τα σώματα Α και Β με ίσες μάζες σύρονται με την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης, δεμένα με νήμα, όπως στο σχήμα.



Αν τη χρονική στιγμή t_1 κόβεται το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα, ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα, για τις ταχύτητες των σωμάτων, είναι σωστό;



1.3.13. Μεταβλητή δύναμη και τριβή

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη της μορφής:

$$F=0,5t + 6 \text{ (S.I.)}$$

και παρατηρούμε ότι το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει την χρονική στιγμή $t_1=8\text{s}$. Σταθεροποιούμε από κει και πέρα το μέτρο της δύναμης F (στην τιμή που είχε για $t=8\text{s}$) και παρατηρούμε ότι την χρονική στιγμή $t_2=12\text{s}$ το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 8m . Να βρεθούν οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.14. Τριβές και μεταβλητή δύναμη.

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=0,5$ και $\mu=0,4$. Σε μια στιγμή που θεωρούμε $t_0=0$, ασκούμε πάνω του μια μεταβλητή οριζόντια δύναμη, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $F=4+2t$ (S.I.).

- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους τις χρονικές στιγμές:
 - $t_1=1\text{s}$, και
 - $t_2=2\text{s}$

ii) Ποια χρονική στιγμή το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει;

iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές:

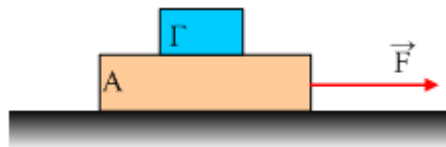
$$\alpha) t_2=2s \quad \beta) t_3=4s \quad \text{και} \quad \gamma) t_4=5s$$

iv) Να βρεθεί η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να γίνει η γραφική της παράσταση.

v) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_4=5s$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

1.3.15. Τριβές...



Σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Α μάζας $m_1=3\text{kg}$, πάνω στο οποίο ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα Γ, μάζας $m_2=2\text{kg}$, όπως στο σχήμα. Για $t=0$ ασκείται στο κάτω σώμα Α μια οριζόντια σταθερή δύναμη μέτρου $F=15\text{N}$. Δίνονται οι συντελεστές τριβής μεταξύ των δύο σωμάτων $\mu_s=\mu=0,4$ και $g=10\text{m/s}^2$.

i) Να κάνετε δύο διαφορετικά σχήματα για να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα ξεχωριστά.

ii) Ποια ζευγάρια δράσης αντίδρασης έχουμε;

iii) Να εφαρμόσετε τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα για κάθε ένα από τα σώματα.

Υποθέστε ότι τα δύο σώματα κινούνται μαζί.

iv) Ποια είναι η κοινή τους επιτάχυνση;

v) Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στο σώμα Α.

vi) Η τριβή αυτή είναι:

α) στατική

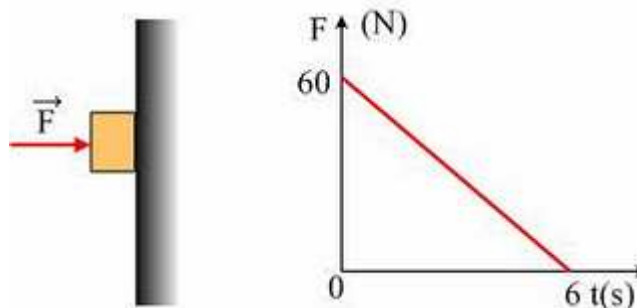
β) τριβή ολίσθησης.

vii) Αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης F . Ποια είναι η μέγιστη τιμή του μέτρου της F , για την οποία δεν παρατηρείται ολίσθηση μεταξύ των δύο σωμάτων;

viii) Αν $F=23\text{N}$ να βρείτε την επιτάχυνση κάθε σώματος.

1.3.16. Τριβή σε κατακόρυφο τοίχο.

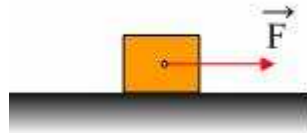
Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ ισορροπεί στηριζόμενο σε κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s=0,5$, όταν δέχεται οριζόντια δύναμη $F=60\text{N}$.



- α) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίστε τα μέτρα τους.
 β) Αν σε μια στιγμή που θεωρούμε $t=0$, αρχίζουμε να μεταβάλλουμε το μέτρο της δύναμης F , όπως στο σχήμα, ποια χρονική στιγμή το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει και ποια η επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή $t_2=3s$;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

1.3.17. Τριβή και γραφικές παραστάσεις.

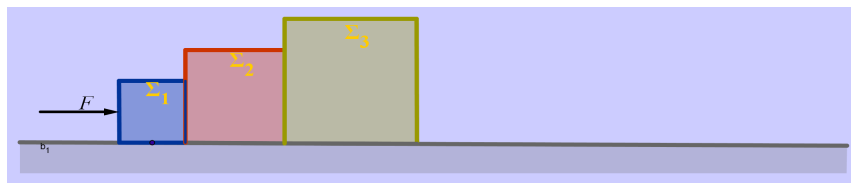


Ένα σώμα μάζας $10kg$ ηρεμεί σε ένα οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu_s=0,3$ και $\mu=0,2$. Για $t=0$ ασκείται πάνω του μεταβλητή οριζόντια δύναμη της μορφής $F=2t$ (μονάδες στο S.I.).

- i) Να γίνουν τα διαγράμματα της τριβής και της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
 ii) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=15s$.

1.3.18. Ένα παιχνίδι ... με τους νόμους του Νεύτωνα.

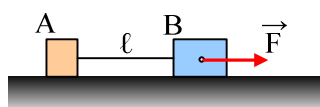
Τρία σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 είναι σε οριζόντιο επίπεδο και κινούνται με σταθερή ταχύτητα με την επίδραση της σταθερής δύναμης (F) όπως φαίνεται στο σχήμα.



- i) Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 .
 ii) Σχεδιάστε το διάγραμμα ελεύθερου σώματος για το Σ_1 , Σ_2 , Σ_3 και γράψτε τον 1ο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα..
 iii) Αν είναι γνωστά m_1 , m_2 , m_3 , g , F , να υπολογίσετε :
 α. Τον συντελεστή τριβής (μ) ολίσθησης αν είναι ο ίδιος για όλα τα σώματα.
 β. Πόση δύναμη δέχεται το Σ_2 από το Σ_1 και πόση από το Σ_3 .
 iv) Αλλάζουμε την δύναμη έτσι ώστε να γίνει $F_1 > F$ και το σύστημα αποκτά σταθερή επιτάχυνση.
 α. Να βρείτε την επιτάχυνση του συστήματος.
 β. Πόση δύναμη δέχεται το Σ_3 από το Σ_2 .

1.3.19. Η απόσταση των σωμάτων μετά το κόψιμο του νήματος.

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δυο σώματα A και B με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=3kg$ αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ενός οριζόντιου νήματος μήκους $\ell=1m$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

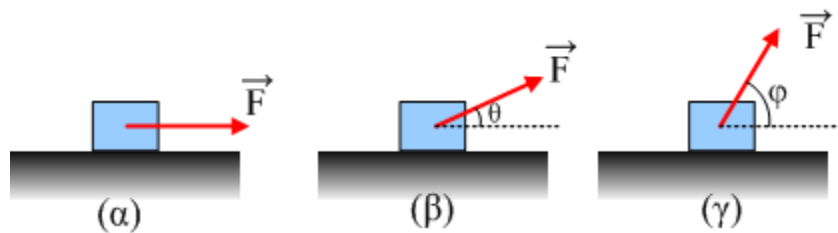


Κάποια στιγμή ασκούμε στο σώμα Β μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F=12\text{N}$ και τα σώματα κινούνται προς τα δεξιά.

- i) Να βρεθεί η τάση του νήματος.
- ii) Σε μια στιγμή το νήμα που συνδέει τα δυο σώματα κόβεται. Ποια η απόσταση των δύο σωμάτων μετά από 2s από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα;

1.3.20. Θα ανασηκωθεί το σώμα;

Ένα σώμα μάζας 1kg ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του μια δύναμη μέτρου 14N , η διεύθυνση της οποίας μπορεί να είναι όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.



- i) Στην περίπτωση του (α) σχήματος, πόση επιτάχυνση θα αποκτήσει το σώμα;
- ii) Το σώμα στο (β) σχήμα, όπου $\theta=30^\circ$:
 - α) θα κινηθεί οριζόντια,
 - β) θα κινηθεί στη διεύθυνση της δύναμης F ,
 - γ) θα κινηθεί σε άλλη διεύθυνση.
- iii) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος στην περίπτωση του (β) σχήματος.
- iv) Αν η δύναμη στο (γ) σχήμα σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση, τότε το σώμα:
 - α) θα κινηθεί οριζόντια,
 - β) θα κινηθεί στη διεύθυνση της δύναμης F ,
 - γ) θα κινηθεί σε άλλη διεύθυνση.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.