

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

TEACHING



ΠΡΟΤΥΠΟ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

ΣΦΑΕΛΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ-ΦΥΤΤΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΠΑΤΡΑ 2014

Περιεχόμενα

1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
2	ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ	3
2.1	ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ-ΔΙΑΣΤΗΜΑ-ΤΑΧΥΤΗΤΑ	4
2.2	ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ	8
2.3	ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ	18
3	ΔΥΝΑΜΙΚΗ	27
4	ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ	
	ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΒΟΛΗ	41
5	ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ	47

Κεφάλαιο 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Όνομα	Σύμβολο	Αξία
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	K	10^3
-	-	$10^0 = 1$
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
mikro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Σχήμα 1.1: Προθέματα μονάδων

$$a^0 = 1$$

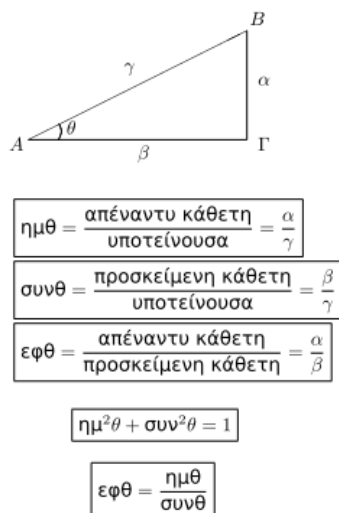
$$a^\mu \cdot a^\nu = a^{\mu+\nu}$$

$$\frac{a^\mu}{a^\nu} = a^{(\mu+\nu)}$$

$$(a^\mu)^\nu = a^{\mu \cdot \nu}$$

$$\frac{1}{a^\mu} = a^{-\mu}$$

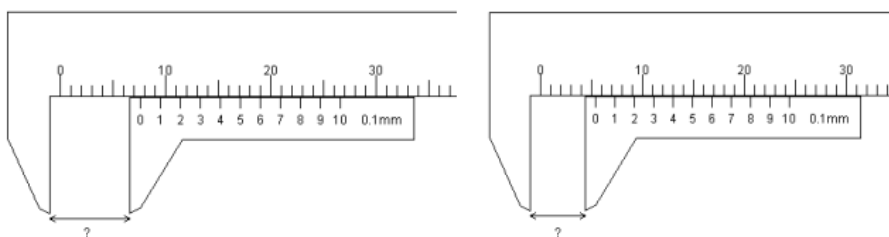
Σχήμα 1.2: Χρήσιμες ιδιότητες δυνάμεων



Σχήμα 1.3: Τριγωνομετρία

Φυσικό Μέγεθος	Μονάδα στο S.I.	Σύμβολο Μονάδας
Μήκος	Μέτρο	m
Χρόνος	Δευτερόλεπτο	s
Μάζα	Χιλιόγραμμα (Κιλό)	Kg
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	Ampere	A
Ποσότητα ύλης	mol	mol
Θερμοκρασία	Βαθμός Kelvin	°K
Ένταση φωτεινής πηγής	Candela	Cd

Σχήμα 1.4: Θεμελιώδη μεγέθη-Αντίστοιχες μονάδες στο S.I.

ΑΣΚΗΣΗ -1.1-

Σχήμα 1.5:

Τί τιμές δείχνουν τα διαστημόμετρα στην παραπάνω εικόνα ;

Κεφάλαιο 2

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

$\Delta x = x_2 - x_1$	Μετατόπιση
$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$	Ταχύτητα (ορισμός)
$\vec{v} = \text{σταθερή}$	Ορισμός Ε. Ο. Κ.
$x = x_0 + vt$ ή $x = vt$	Νόμος μετατόπισης στην Ε. Ο. Κ.
$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	Επιτάχυνση (ορισμός)
$\vec{a} = \text{σταθερή}$	Ορισμός Ε.Ο.Ε.Κ.
$v = v_0 \pm at$	Νόμος ταχύτητας στην Ε.Ο.Ε.Κ. (+ για επιτάχυνση, - για επιβράδυνση)
$x = v_0 t \pm \frac{1}{2} at^2$	Νόμος μετατόπισης στην Ε.Ο.Ε.Κ. (+ για επιτάχυνση, - για επιβράδυνση)
$v = gt$ $y = \frac{1}{2} gt^2$	Νόμοι ελεύθερης πτώσης

Σχήμα 2.1: Τυπολόγιο ευθύγραμμων κινήσεων

2.1 ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ-ΔΙΑΣΤΗΜΑ-ΤΑΧΥΤΗΤΑ

Ορισμοί:

Μέση διανυσματική ταχύτητα ορίζεται το πηλίκο της μετατόπισης $\Delta \vec{x}$ στο χρονικό διάστημα Δt , προς το χρονικό αυτό διάστημα Δt .

$$\vec{v}_\mu = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (2.1)$$

Η μέση διανυσματική ταχύτητα είναι διανυσματικό μέγεθος, έχει θετική ή αρνητική αλγεβρική τιμή και είναι ανεξάρτητη της τροχιάς. Εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική θέση. Η αλγεβρική της τιμή είναι:

$$v_\mu = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (2.2)$$

Μέση αριθμητική ταχύτητα ή μέση ταχύτητα ορίζεται το πηλίκο του διαστήματος $s_{ολ}$ (μήκος τροχιάς) που διαγράφει το κινητό σε χρονικό διάστημα $t_{ολ}$, προς το χρονικό αυτό διάστημα $t_{ολ}$.

$$\bar{v} = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \quad (2.3)$$

Η μέση αριθμητική ταχύτητα είναι μονόμετρο μέγεθος το οποίο παίρνει πάντα θετικές τιμές και εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το κινητό.

Παρατήρηση :

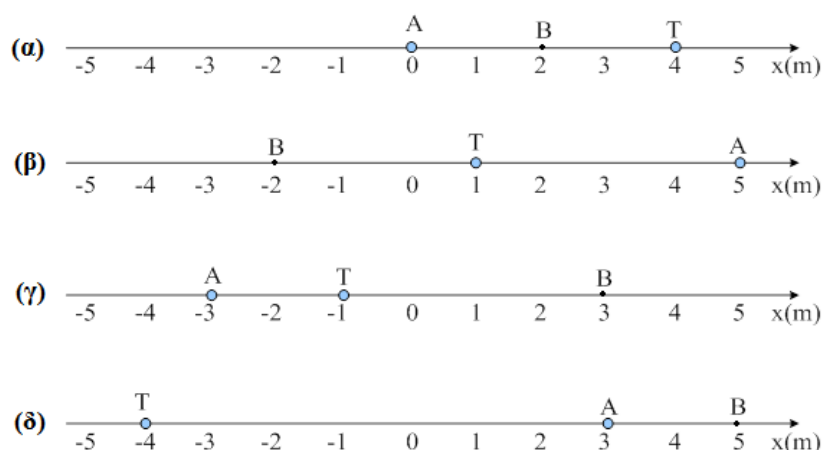
1. Η **μέση αριθμητική ταχύτητα**, συμπίπτει με την αλγεβρική τιμή της **μέσης διανυσματικής ταχύτητας**, μόνο αν η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης Δx συμπίπτει με το διανυόμενο διάστημα $s_{ολ}$. Αυτό συμβαίνει μόνο στην ευθύγραμμη κίνηση σταθερής φοράς.

2. Η **στιγμιαία ταχύτητα** είναι διανυσματικό μέγεθος, το οποίο αναφέρεται σε ορισμένο σημείο της τροχιάς και σε ορισμένη χρονική στιγμή. Ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του κινητού τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Η μαθηματική της έκφραση είναι:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt} \quad (2.4)$$

ΑΣΚΗΣΗ -2.1.1-

Τέσσερα σώματα (α), (β), (γ) και (δ), ξεκινούν από τη θέση Α (αρχική) περνούν από τη θέση Β (ενδιάμεση) και φτάνουν στη θέση Τ (τελική) στις τέσσερις κινήσεις που εμφανίζονται στα παρακάτω σχήματα.



Σχήμα 2.2:

A) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, με τις θέσεις και την τιμή της μετατόπισης και να σχεδιάσετε πάνω στα σχήματα τη μετατόπιση κάθε σώματος.

Κινητό	Αρχική θέση	Τελική θέση	Μετατόπιση
(α)			
(β)			
(γ)			
(δ)			

Πίνακας 2.1:

B) Με βάση τα παραπάνω παραδείγματα, χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές ή λανθασμένες.

ι) Όταν ένα σώμα ξεκινά από μια αρχική θετική θέση, αποκτά και θετική

μετατόπιση.

ii) Αν η τελική θέση ενός σώματος έχει αρνητική τιμή, το σώμα κινείται προς τα αριστερά.

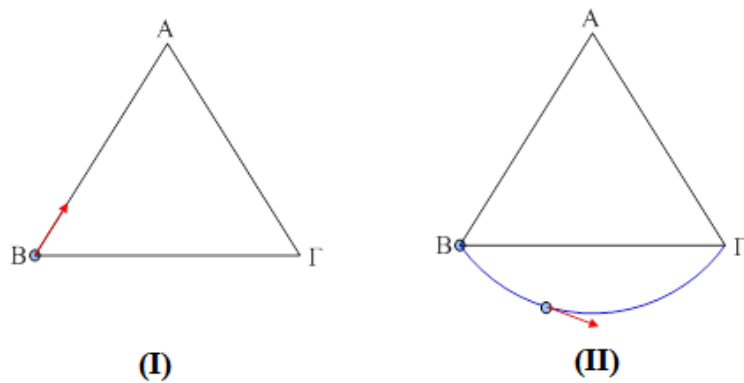
iii) Θετική τιμή μετατόπισης σημαίνει ότι το σώμα κινήθηκε προς τα δεξιά.

iv) Αρνητική μετατόπιση σημαίνει ότι το σώμα κινήθηκε προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα.

Γ) Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει κάθε σώμα.

Δ) Αν το χρονικό διάστημα για κάθε σώμα είναι $2s$ για να διανύσει τη διαδρομή $A \rightarrow B \rightarrow T$, να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα κάθε σώματος.

ΑΣΚΗΣΗ -2.1.2-



Σχήμα 2.3:

Ένα σώμα ξεκινά από την κορυφή Β ενός ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς $1m$ (Σχ. 2.3, (I)) και αφού φτάσει στην κορυφή Α, φτάνει τελικά στην κορυφή Γ. Για τη συνολική κίνηση του σώματος:

α) Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της μετατόπισης πάνω στο σχήμα.

β) Η μετατόπιση έχει μέτρο $\Delta x = \dots\dots\dots$, ενώ το διανυόμενο διάστημα είναι ίσο με $s = \dots\dots\dots$

γ) Αν το σώμα πήγαινε από το Β στο Γ ακολουθώντας την καμπύλη τροχιά του Σχ. 2.3, (II), διανύοντας τόξο μήκους $1,3m$, τότε η μετατόπιση του σώματος έχει μέτρο $\Delta x = \dots\dots\dots$, ενώ το διανυόμενο διάστημα είναι ίσο με $s = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΗ -2.1.3-

Ένα μυρμήγκι κινείται ευθύγραμμα πάνω στην ευθεία $x'x$. Τη στιγμή $t_0 = 0$ περνάει από τη θέση $x_0 = -2cm$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ βρίσκεται στη θέση $x_1 = +2cm$, τη στιγμή $t_2 = 4s$, στη θέση $x_2 = +8cm$, σταματά στιγμιαία και αλλάζει φορά κίνησης, οπότε τη χρονική στιγμή $t_3 = 8s$ βρίσκεται στη θέση $x_3 = -4cm$.

α) Πόσο χρονικό διάστημα (Δt_1) χρειάστηκε το μυρμήγκι για μετακινήθει από τη θέση x_2 στη θέση x_3 ;

β) Πόση είναι η μετατόπιση του μυρμηγκιού για το χρονικό διάστημα Δt_1 και πόση για το χρονικό διάστημα $\Delta t_{ολ}$ για τη μετακίνηση από τη θέση $x_0 = -2cm$ στη θέση x_3 ;

γ) Πόση είναι η μέση ταχύτητα (v_μ) του μυρμηγκιού, για το χρονικό διάστημα Δt_1 και πόση για το χρονικό διάστημα $\Delta t_{ολ}$;

ΑΣΚΗΣΗ -2.1.4-

Ένα κινητό τη χρονική στιγμή $t_0 = 10s$ βρίσκεται στο σημείο Α με $x_0 = 5m$ και κινούμενο με σταθερή ταχύτητα v_1 , φθάνει στο Β με $x_1 = 20m$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 20s$. Στο σημείο Β παραμένει ακίνητο για $10s$ και στη συνέχεια κινούμενο με σταθερή ταχύτητα v_2 για $10s$, επιστρέφει στο Α, τη χρονική στιγμή t_2 . Να βρείτε:

α) Τη μέση διανυσματική ταχύτητα στο χρονικό διάστημα από t_0 μέχρι t_2 .

β) Τη μέση αριθμητική ταχύτητα στο ίδιο χρονικό διάστημα.

γ) Τη στιγμιαία ταχύτητα τις χρονικές στιγμές $t_3 = 15s$ και $t_4 = 35s$.

2.2 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

Ορισμός:

Είναι η ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή σε μέτρο και φορά ταχύτητα.

Εξισώσεις:

$$v = \text{σταθερή}$$

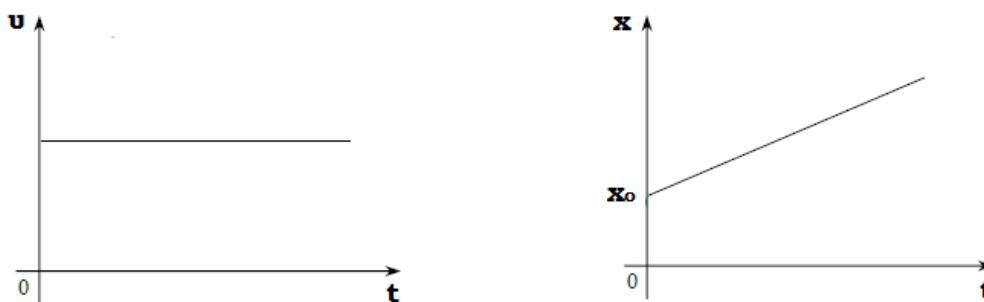
$$x = x_o + v(t - t_o),$$

$$\text{ή } x = x_o + vt \quad (\text{αν } t_o = 0),$$

$$\text{ή } x = vt \quad (\text{αν για } t_o = 0 \text{ } x_o = 0),$$

όπου x_o η αρχική θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_o = 0 \text{ sec}$.

Διαγράμματα:



Σχήμα 2.4: Διαγράμματα $v - t$ και $x - t$ στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.1-

Ένας δρομέας τρέχει με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ευθύγραμμο δρόμο. Τη στιγμή που περνάει μπροστά από έναν ακίνητο (ως προς το δρόμο) παρατηρητή, εκείνος θέτει σε λειτουργία ένα χρονόμετρο.

α) Αν τη στιγμή $t_1 = 10 \text{ s}$ ο δρομέας έχει απομακρυνθεί από τον παρατηρητή 20 m , να υπολογιστεί η ταχύτητα του δρομέα.

β) Ποια είναι η θέση του δρομέα τη χρονική στιγμή $t_2 = 35 \text{ s}$;

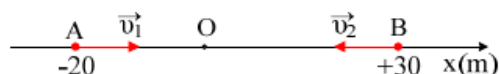
γ) Σε σύστημα αξόνων θέσης (x) - χρόνου (t), να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του δρομέα (ως προς τον ακίνητο παρατηρητή), για χρονικό διάστημα από $0 - 100 \text{ s}$.

δ) Σε πόσο χρόνο ο δρομέας θα έχει μετατοπιστεί 150 m από τον παρατηρητή;

ε) Ποιά θα είναι η θέση του δρομέα όταν το χρονόμετρο του παρατηρητή δείχνει 1 min και 40 s ;

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.2-

Δύο κινητά Α και Β βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο παρακάτω σχήμα και ξεκινούν ταυτόχρονα για $t = 0$ κινούμενα το ένα προς το άλλο με σταθερές ταχύτητες, με μέτρα $v_1 = 4m/s$ και $v_2 = 5m/s$.



Σχήμα 2.5:

- A) Για τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$, να βρεθούν:
- Η μετατόπιση κάθε κινητού.
 - Η θέση κάθε κινητού.
 - Η απόσταση μεταξύ τους.
- B) Βρείτε την εξίσωση κίνησης κάθε κινητού.
- Γ) Ποιά χρονική στιγμή θα συναντηθούν τα δύο κινητά και σε ποιά θέση θα συμβεί αυτό;

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.3-

Δύο κινητά ξεκινούν ταυτόχρονα από τις θέσεις Α και Β που βρίσκονται στην ίδια ευθεία και απέχουν απόσταση $d = 2000m$ προκειμένου να συναντηθούν, σε μια ενδιάμεση θέση κινούμενοι με ταχύτητες $v_1 = 6m/s$ και $v_2 = 4m/s$ αντίστοιχα.

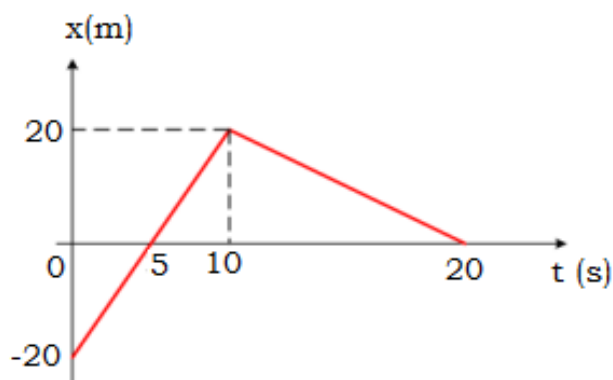
A. Να προσδιορίσετε τη θέση συνάντησης σε σχέση με τη θέση Α. Να γίνει το διάγραμμα $v - t$, και για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων.

B. Αν το ένα κινητό ξεκινήσει από τη θέση Β με ορισμένη χρονική καθυστέρηση $2s$ σε σχέση με το άλλο κινητό, ποιά θα είναι η νέα θέση συνάντησης αυτών; Να γίνει το διάγραμμα $x - t$, και για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.4-

Περιπολικό της αστυνομίας αρχίζει να καταδιώκει ΙΧ αυτοκίνητο που βρίσκεται σε απόσταση $x_1 = 600m$ μπροστά από το περιπολικό. Το περιπολικό κινείται με σταθερή ταχύτητα $144Km/h$, ενώ το ΙΧ κινείται με σταθερή ταχύτητα $90Km/h$. Να βρεθούν:

- Α. Ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το περιπολικό το ΙΧ.
 Β. Την απόσταση που διανύει το περιπολικό στο χρόνο αυτό.
 Γ. Να γίνει το διάγραμμα $x - t$ και για τα δύο κινητά σε κοινό σύστημα αξόνων.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.5-

Σχήμα 2.6:

Ένα κινητό κινείται κατά μήκος του άξονα $x'Ox$ και στο διάγραμμα (Σχ. 2.6), δίνεται η θέση του σε συνάρτηση με το χρόνο.

- α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κινητού:
i από $0 - 10s$, *ii* από $10 - 20s$.
 β. Να γίνει το διάγραμμα $v - t$, για το χρονικό διάστημα των $20s$ και να υπολογίσετε την ολική μετατόπιση του κινητού.
 γ. Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα από $0 - 20s$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.6-

Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου προτίθεται να διατρέξει μια απόσταση $2Km$. Αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_1 = 90Km/h$ για χρόνο $20s$. Για πόσο χρόνο μετά πρέπει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_2 = 108Km/h$ για να διατρέξει τα $2Km$;

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.7-

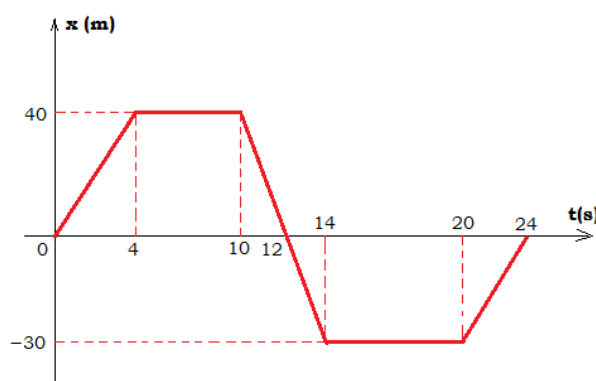
Δύο μαθητές ξεκινούν ταυτόχρονα από τα σπίτια τους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β και απέχουν απόσταση $500m$, προκειμένου να συναντηθούν

σε μια ενδιάμεση θέση πάνω στην ΑΒ, κινούμενοι με ταχύτητες $v_1 = 6\text{ m/s}$ και $v_2 = 4\text{ m/s}$ αντίστοιχα.

Α. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου που θα συναντηθούν από το σημείο Α.

Β. Αν οι μαθητές δε ξεκινήσουν ταυτόχρονα με τον μαθητή από το Β να ξεκινά με χρονική καθυστέρηση 5 s σε σχέση με τον άλλο, ποια θα είναι τώρα η απόσταση του σημείου που θα συναντηθούν από το σημείο Α;

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.8-



Σχήμα 2.7:

Στο παραπάνω διάγραμμα (Σχ. 2.7), δίνεται η θέση ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνει το διάγραμμα $v - t$ και να υπολογίσετε την ολική μετατόπιση και τη μέση ταχύτητα του κινητού.

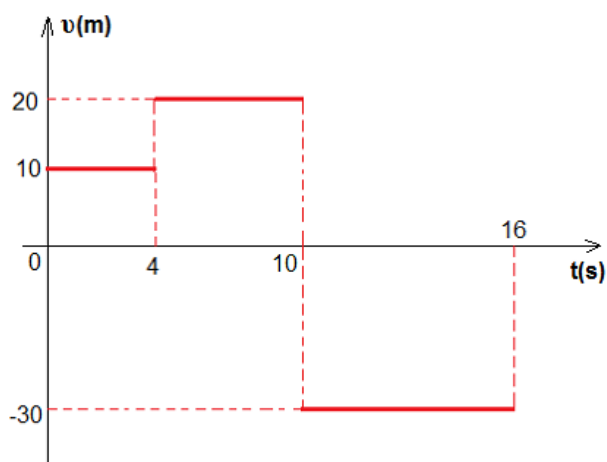
ΑΣΚΗΣΗ -2.2.9-

Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχ. 2.8), δίνεται η ταχύτητα ενός κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο. Να γίνει το διάγραμμα $x - t$ και να υπολογίσετε την ολική μετατόπιση και τη μέση ταχύτητα του κινητού. Δίνεται ότι για $t = 0$ η θέση του κινητού είναι $x_0 = -5\text{ m}$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.10-

Η κίνηση ενός κινητού περιγράφεται από τη σχέση $x = -5 + 4t$ (S.I.). Να βρεθούν:

- Η αρχική θέση x_0 και η ταχύτητα του κινητού.
- Η μετατόπιση του κινητού στο χρονικό διάστημα $1 - 5\text{ s}$.
- Η μέση ταχύτητα του κινητού στο χρονικό διάστημα $0 - 5\text{ s}$.



Σχήμα 2.8:

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.11-

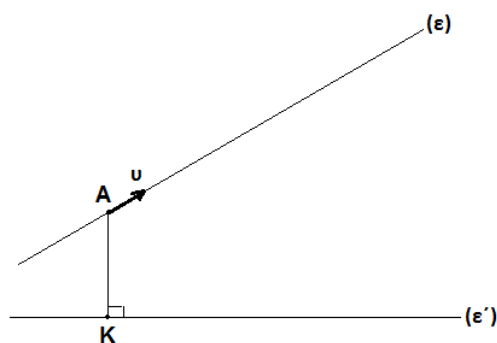
Ένα τρένο έχει μήκος $d = 50m$ και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $72Km/h$. Το τρένο εισέρχεται σε σήραγγα μήκους $L = 950m$.

α) Για πόσο χρονικό διάστημα θα υπάρχουν τμήματα του τρένου μέσα στη σήραγγα;

β) Για πόσο χρόνο το τρένο θα βρίσκεται ολόκληρο μέσα στη σήραγγα;

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.12-

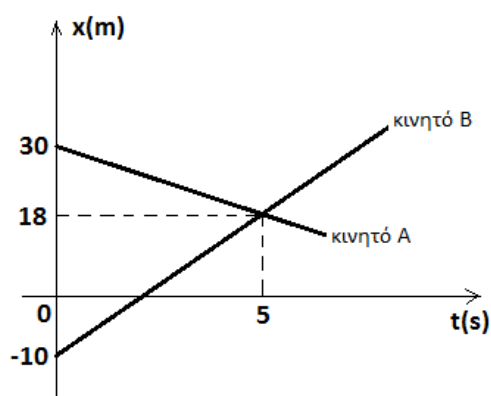
Ένα κινητό Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$ κατά μήκος της ευθείας (ε). Να αποδείξετε ότι η προβολή Κ του κινητού Α πάνω σε τυχαία ευθεία (ε'), ομοεπίπεδη της τροχιάς του, κινείται και αυτή με σταθερή ταχύτητα (Σχ. 2.9).



Σχήμα 2.9:

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.13-

Στο διάγραμμα $x - t$ (Σχ. 2.10), βλέπουμε τις γραφικές παραστάσεις της κίνησης δύο κινητών Α και Β.



Σχήμα 2.10:

- Να βρεθεί η θέση και ο χρόνος συνάντησης των δύο κινητών Α και Β.
- Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης των δύο κινητών.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.14-

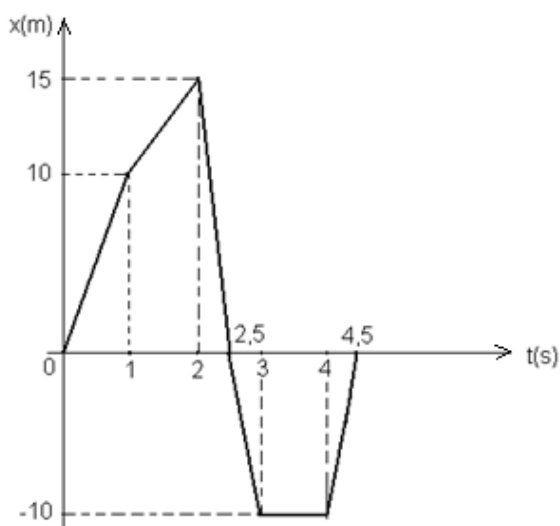
Δύο κινητά Α και Β κινούνται πάνω στον άξονα των συντεταγμένων με ταχύτητες μέτρων $v_A = 20\text{ m/s}$ και $v_B = 40\text{ m/s}$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ οι θέσεις των κινητών πάνω στον άξονα των συντεταγμένων είναι $x_A = 100\text{ m}$ και $x_B = -100\text{ m}$.

Να βρείτε:

- α) πότε και που θα συναντηθούν τα κινητά,
 β) να κάνετε τα διαγράμματα $v - t$ και $x - t$ στις περιπτώσεις που
 i) οι ταχύτητες είναι θετικές,
 ii) η v_A είναι θετική και η v_B είναι αρνητική.

ΑΣΚΗΣΗ -2.2.15-

Δίνεται η γραφική παράσταση $x(t)$ (Σχ. 2.11).

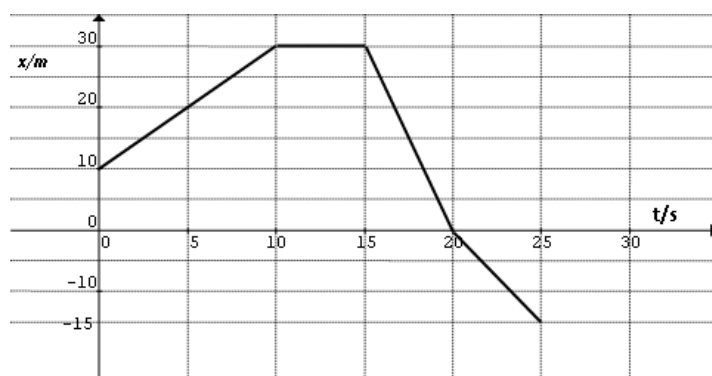


Σχήμα 2.11:

Να βρείτε την συνολική μετατόπιση, τη μέση ταχύτητα και να κάνετε το διάγραμμα $v(t)$.

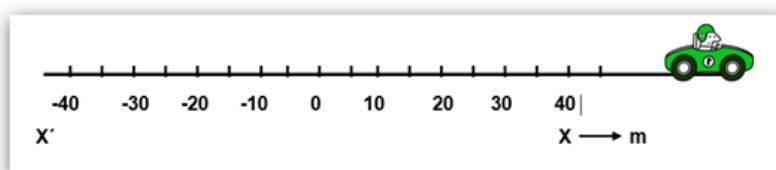
ΑΣΚΗΣΗ -2.2.16-

Η πιο κάτω γραφική παράσταση δίνει τη θέση x ενός κινητού σε σχέση με το χρόνο $x = f(t)$ όπως την έχει καταγράψει ένας παρατηρητής.



Σχήμα 2.12:

- α) *i.* Πού βρίσκεται το κινητό την χρονική στιγμή 0 s .
ii. Στο πιο κάτω σχεδιάγραμμα να σχεδιάσετε την τροχιά της κίνησης του κινητού μέχρι τα 25 s .



Σχήμα 2.13:

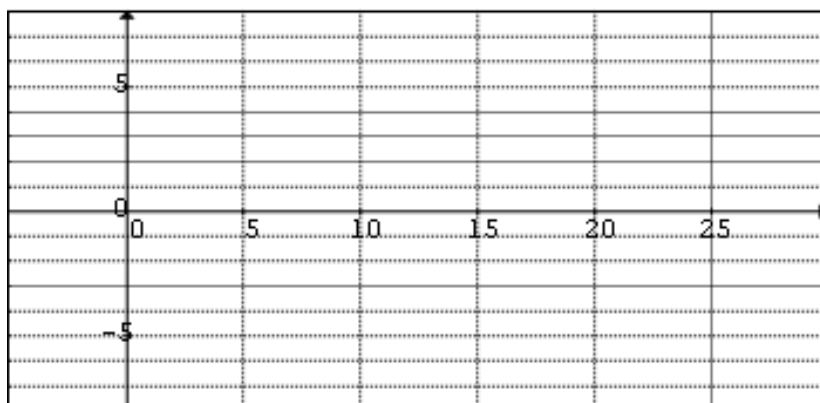
β) Να βρείτε σε ποια χρονικά διαστήματα ή σε ποιες χρονικές στιγμές συμβαίνουν τα πιο κάτω που αφορούν την κίνηση του κινητού:

Σημείωση: Σε περίπτωση που δεν υπάρχει τέτοιο χρονικό διάστημα ή χρονική στιγμή να γράψετε "Δεν υπάρχει".

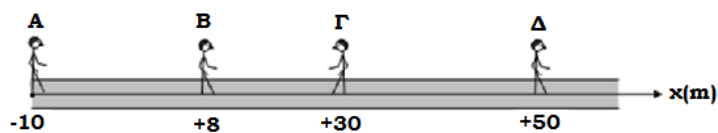
- i.* Κινείται. _____
ii. Έχει ταχύτητα με φορά προς τα θετικά. _____
iii. Έχει ταχύτητα με φορά προς τα αρνητικά. _____
iv. Κάνει επιταχυνόμενη κίνηση. _____
v. Έχει ταχύτητα που το μέτρο της είναι 0 m/s . _____

γ) Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το κινητό περνά από την αφετηρία ($x = 0\text{ m}$) και κινείται προς τα αρνητικά.

δ) Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο $v = f(t)$ για την κίνηση του κινητού.



Σχήμα 2.14:

ΤΕΣΤ -1-

Σχήμα 2.15:

Κατά μήκος ενός ευθύγραμμου δρόμου περπατά ένας άνθρωπος (στο Σχ. 2.15 φαίνονται οι θέσεις του). Ο άνθρωπος ξεκινά για $t = 0$ από τη θέση $x = -10m$ (σημείο Α). Μετά από $60s$, φτάνει στο σημείο Β. Στη συνέχεια χρειάζεται άλλα $60s$ για να πάει στο Δ, όπου και σταματά για $30s$ και επιστρέφει στο σημείο Γ περπατώντας για $50s$ ακόμη. Να θεωρήσετε ότι κάθε επιμέρους κίνηση πραγματοποιείται με σταθερή ταχύτητα.

i) Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

Τη χρονική στιγμή $t = 60s$ το παιδί βρίσκεται στη θέση ενώ για $t = 130s$ στη θέση Η μετατόπιση του παιδιού από $10s - 100s$ είναι, ενώ από $50s - 200s$ είναι

ii) Να βρεθεί η μέση ταχύτητα του παιδιού για τη διαδρομή:

α) $A \rightarrow B \rightarrow \Delta$.

β) $A \rightarrow B \rightarrow \Delta \rightarrow \Gamma$.

iii) Να γίνει το διάγραμμα της θέσης του ανθρώπου σε συνάρτηση με το χρόνο ($x - t$) και το διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ($v - t$).

2.3 ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

Επιτάχυνση α είναι το φυσικό μέγεθος που μας δείχνει πόσο γρήγορα αλλάζει το διάνυσμα της ταχύτητας v .

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.5)$$

Το διάνυσμα της επιτάχυνσης $\vec{a}$ είναι ίδιας κατεύθυνσης με αυτό της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta \vec{v}$. Συνεπώς:

Η επιτάχυνση α έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα όταν αυτή αυξάνεται (επιτάχυνση).

Η επιτάχυνση α έχει την αντίθετη φορά με την ταχύτητα όταν αυτή μειώνεται (επιβράδυνση).

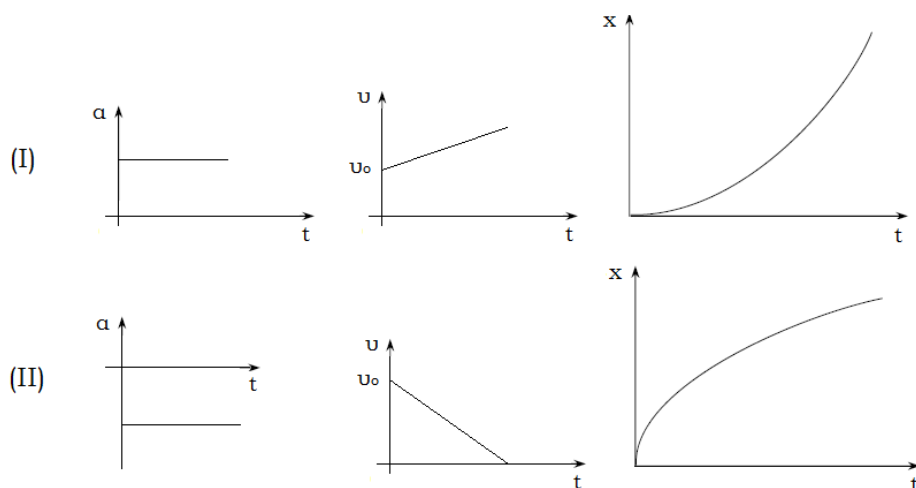
Ευθύγραμμη Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι η κίνηση στην οποία το σώμα κινείται σε ευθεία γραμμή και η επιτάχυνσή του α είναι σταθερή.

Εξισώσεις Ευθύγραμμης Ομαλά Επιταχυνόμενης κίνησης:

$$v = v_0 + \alpha t, \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (2.6)$$

όπου για $t_0 = 0$, $v = v_0$.

Διαγράμματα:



Σχήμα 2.16: (I) Διαγράμματα με $\alpha > 0$. (II) Διαγράμματα με $\alpha < 0$.

Υπολογισμός μεγεθών από τα διαγράμματα:

1. Διάγραμμα $a - t$:

Το εμβαδό από το γράφημα μέχρι τον άξονα του χρόνου μας δίνει τη μεταβολή της ταχύτητας Δv .

2. Διάγραμμα $v - t$:

α. Το εμβαδό από το γράφημα μέχρι τον άξονα του χρόνου μας δίνει τη μετατόπιση Δx .

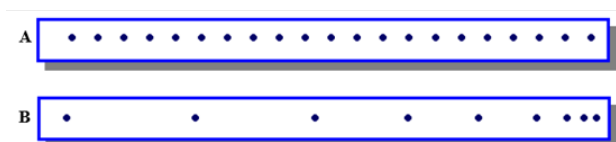
β. Η κλίση της ευθείας μας δίνει την επιτάχυνση a .

3. Διάγραμμα $x - t$:

Η στιγμιαία ταχύτητα v υπολογίζεται από την κλίση.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.1-

Κατά τη διάρκεια ενός πειράματος μελετήσαμε την ευθύγραμμη κίνηση δύο σωμάτων Α και Β και πήραμε τις πιο κάτω χαρτοταινίες με τη βοήθεια ηλεκτρικού χρονομετρητή (ticker-timer) (Σχ. 2.17). Ο χρόνος που αντιστοιχεί στο διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών κουκκίδων είναι $0,02s$.



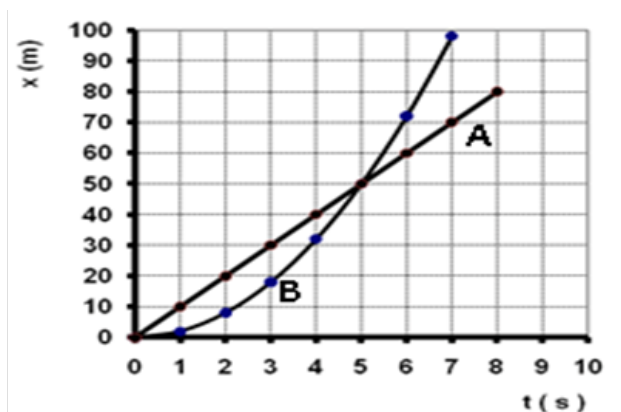
Σχήμα 2.17:

α. Να ονομάσετε το είδος της κίνησης του κάθε κινητού. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κινητού Α.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.2-

Στο διπλανό διάγραμμα (Σχ. 2.18), φαίνεται η γραφική παράσταση της θέσης x σε σχέση με το χρόνο t για δύο κινητά Α και Β που κινούνται ευθύγραμμα.

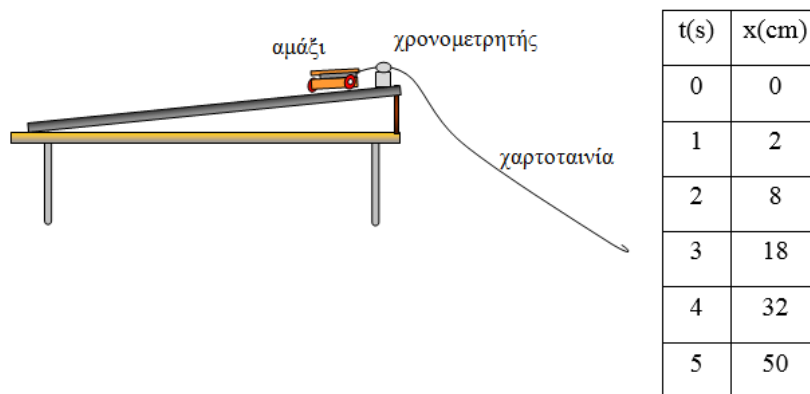


Σχήμα 2.18:

- α. Να καθορίσετε και να δικαιολογήσετε το είδος της κίνησης κάθε κινητού.
 β. Σε ποιά χρονική στιγμή τα δύο κινητά συναντώνται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.3-

Για την πειραματική μελέτη των ευθύγραμμων κινήσεων, μια ομάδα μαθητών χρησιμοποίησε την πειραματική διάταξη που φαίνεται στο πιο κάτω (Σχ. 2.19) και πήρε μετρήσεις για τη θέση x του αμαξιού σε σχέση με το χρόνο t , όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα μετρήσεων.



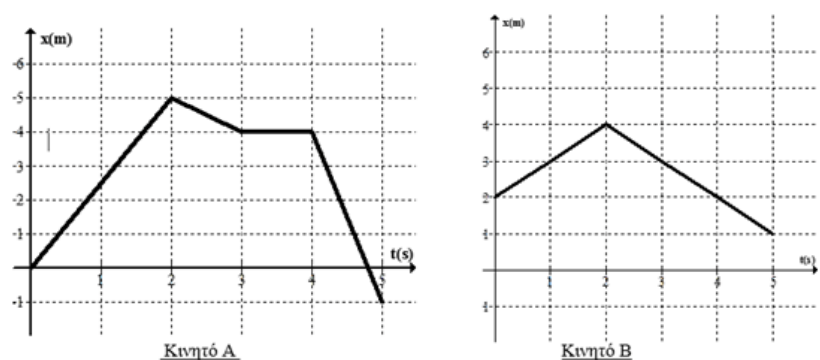
Σχήμα 2.19:

- α. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της θέσης x του αμαξιού σε σχέση με το χρόνο t ($x - t$).

β. Από τη γραφική παράσταση που σχεδιάσατε να καθορίσετε το είδος της κίνησης του αμαξίου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.4-

Τα επόμενα σχήματα δείχνουν τις γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου για δυο διαφορετικά κινητά Α και Β αντίστοιχα. Θεωρήστε ότι η κίνηση και για τα δυο κινητά ξεκινά την χρονική στιγμή $t = 0 \text{ s}$. Να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:



Σχήμα 2.20:

- Ποιο κινητό είναι πιο μακριά από την αρχή του άξονα θέσης ($x = 0 \text{ m}$), τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$;
- Ποιο κινητό καλύπτει το μεγαλύτερο διάστημα, μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και 5 s και πόσο είναι το διάστημα αυτό;
- Ποιο κινητό αποκτά τη μεγαλύτερη μετατόπιση, μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και 5 s και πόση είναι η μετατόπιση αυτή;
- Υπάρχει κάποιο κινητό που να περνάει ξανά από την αρχική του θέση και αν ναι, πότε ακριβώς συμβαίνει αυτό;
- Ποιο κινητό αποκτά τη μεγαλύτερη, σε μέτρο ταχύτητα, μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και 5 s;

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.5-

Οδηγός αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα 108 km/h βλέπει στα 70m μπροστά του έναν άνθρωπο. Αν ο χρόνος αντίδρασής του είναι 0,25s και η επιβράδυνση των φρένων $7,5 \text{ m/s}^2$, θα αποφευχθεί το δυστύχημα;

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.6-

Κινητό κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $5m/s^2$. Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$, $x_0 = 0$ και $v_0 = 10m/s$, να βρείτε τη μετατόπιση κατά την διάρκεια του 5ου δευτερολέπτου της κίνησης του κινητού με δύο τρόπους:

- α) με την βοήθεια τύπων,
- β) με την βοήθεια του διαγράμματος $v(t)$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.7-

Ένα σώμα ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με επιτάχυνση $4m/s^2$ για $t = 5s$. Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με την ταχύτητα που απέκτησε για χρόνο $5s$. Να κάνετε τα διαγράμματα $x(t)$, $v(t)$ και $a(t)$.

Δίνεται ότι όταν $t = 0$, $x_0 = -10m$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.8-

Ένα κινητό κινείται ομαλά επιταχυνόμενο πάνω στον άξονα των συντεταγμένων $x'x$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10m/s$ και βρίσκεται στη θέση $x_0 = -10m$. Να βρείτε την επιτάχυνση του κινητού όταν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή που βρίσκεται στη θέση $x = 30m$ έχει ταχύτητα $v = 20m/s$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.9-

Αυτοκίνητο περνά από τα φανάρια έχοντας σταθερή ταχύτητα $72Km/h$. Την ίδια στιγμή μια μηχανή που βρίσκεται $200m$ πίσω από το αυτοκίνητο και έχει ταχύτητα $90Km/h$ επιταχύνεται με επιτάχυνση $2m/s^2$ για να προλάβει το πράσινο. Μόλις περάσει τα φανάρια συνεχίζει εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Να βρείτε σε πόση απόσταση από τα φανάρια θα συναντηθούν το αυτοκίνητο και η μηχανή. Να γίνουν τα διαγράμματα $v(t)$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.10-

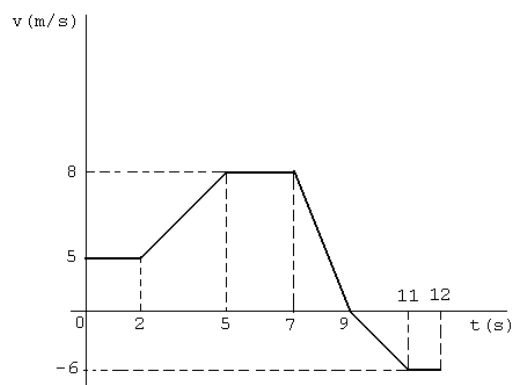
Ένα κινητό με $u_0 = 25m/s$ επιταχύνεται με $\alpha = 5m/s^2$ για $4s$. Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μέχρις ότου η ολική μετατόπισή του να είναι $400m$. Αφού βρείτε τον ολικό χρόνο κίνησής του, να σχεδιάσετε τα διαγράμματα $x(t)$, $v(t)$ και $a(t)$.

Πόση είναι η μέση ταχύτητα του κινητού;

Δίνεται ότι τη στιγμή $t = 0, x_0 = 0$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.11-

Ένα κινητό τη χρονική στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση $x_0 = -10m$ και κινείται ευθύγραμμα σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα $v - t$ (Σχ. 2.21).



Σχήμα 2.21:

- A) Να περιγράψετε την κίνηση του κινητού κάθε χρονική στιγμή.
- B) Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του κινητού τις χρονικές στιγμές $t_1 = 4s, t_2 = 6s, t_3 = 8s$ και $t_4 = 10s$.
- Γ) Να βρεθεί η τελική θέση του κινητού τη χρονική στιγμή $t = 12s$.
- Δ) Να βρεθεί η μέση ταχύτητα του κινητού για το χρονικό διάστημα από $0 - 12s$.
- Ε) Να γίνουν τα διαγράμματα $x - t, a - t$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.12-

Οι εξισώσεις κίνησης δύο κινητών, που κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Οξ είναι: $x_1 = 20t(S.I.)$ και $x_2 = 8t + 4t^2(S.I.)$.

- α) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα δύο κινητά έχουν κοινή ταχύτητα.
- β) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα δύο κινητά συναντώνται.
- γ) Να κατασκευάσετε σε κοινούς άξονες και για τα δύο κινητά τα διαγράμματα $v - t, x - t, a - t$.

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.13-

Δυο αυτοκίνητα Α και Β ξεκινούν απ' το ίδιο σημείο χωρίς αρχική ταχύτητα με σταθερές επιταχύνσεις $\alpha_A = 2m/s^2$ και $\alpha_B = 4,5m/s^2$ αντίστοιχα. Το αυτοκίνητο Β ξεκινά $1s$ αργότερα απ' το Α. Να βρεθούν:

Α) Σε πόσο χρόνο απ' τη στιγμή που ξεκίνησε το Α, το αυτοκίνητο Β θα φτάσει το Α;

Β) Σε ποια θέση θα γίνει η συνάντηση και ποιές θα είναι οι ταχύτητές τους;

ΑΣΚΗΣΗ -2.3.14-

Κατά την πειραματική μελέτη της ευθύγραμμης κίνησης ενός σώματος, πήραμε τον πιο κάτω πίνακα μετρήσεων της θέσης του, ως προς ένα σημείο αναφοράς, σε σχέση με το χρόνο.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
x(cm)	0	11	20	27	32	35	36

Πίνακας 2.2:

α. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της θέσης x σε σχέση με το χρόνο t , ($x = f(t)$).

β. Από τη γραφική παράσταση να καθορίσετε το είδος της κίνησης του σώματος. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ. Πώς μπορούμε από την γραφική παράσταση, να υπολογίσουμε την ταχύτητα του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή;

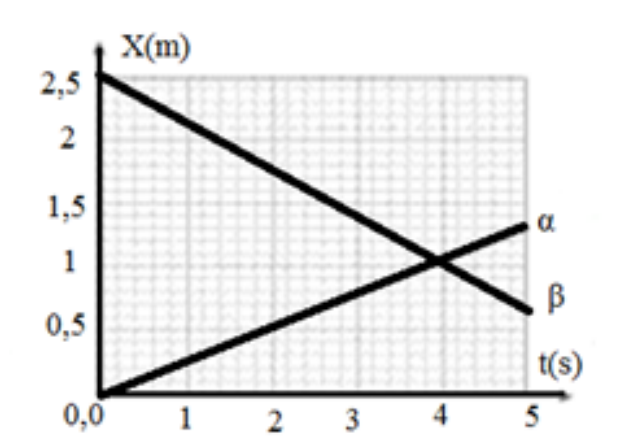
ΑΣΚΗΣΗ -2.3.15-

Σε μια προσπάθεια για την κατάρτιση του ρεκόρ των $800m$, αθλητής υπολόγισε να καλύψει την απόσταση με σταθερή ταχύτητα σε $1'40''$. Οι δυνάμεις του όμως άρχισαν να τον εγκαταλείπουν μερικές δεκάδες μέτρα πριν από το τέρμα. Αυτός συνέχισε με κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη μέχρι μηδενισμού της ταχύτητάς του και τελικά τερμάτισε σε $1'50''$. Ζητείται η ταχύτητά του $20m$ πριν το τέρμα. Ακόμη να κάνετε τη γραφική παράσταση διαστήματος-ταχύτητας.

(Διαγωνισμός Ξανθόπουλος 1996)

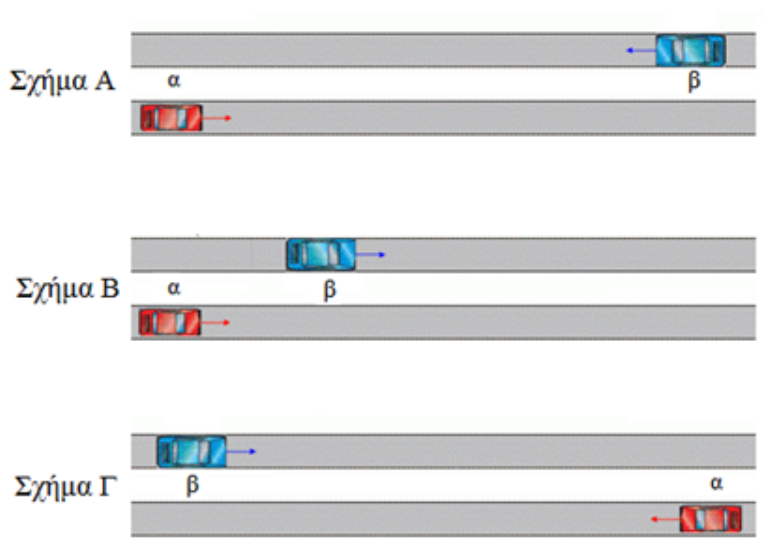
ΑΣΚΗΣΗ -2.3.16-

Ο Κωστάκης που πηγαίνει στην Α' Λυκείου πήρε για δώρο από τους γονείς το Πάσχα έναν διάδρομο *Formula1* με δύο αυτοκινητάκια α και β στα οποία μπορούσε να αλλάζει τη ταχύτητά τους και τη φορά κίνησής τους. Σε ένα από τα παιχνίδια του ο Γιωργάκης έφτιαξε το διάγραμμα θέσης για τα δυο κινητά.



Σχήμα 2.22:

Αν θεωρήσουμε σαν θετική φορά της κίνησης προς τα δεξιά, σε ποιο από τα τρία σχήματα αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης που έφτιαξε ο Γιωργάκης;



Σχήμα 2.23:

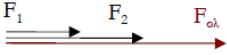
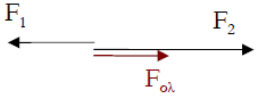
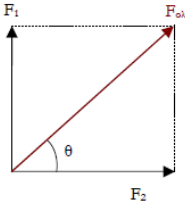
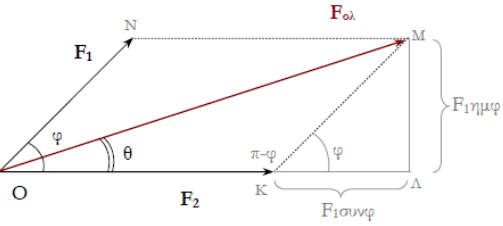
A. Από τα τρία παρακάτω σχήματα στο διάγραμμα θέσης αντιστοιχεί:

α. Το Σχήμα Α β. Το Σχήμα Β γ. Το Σχήμα Γ

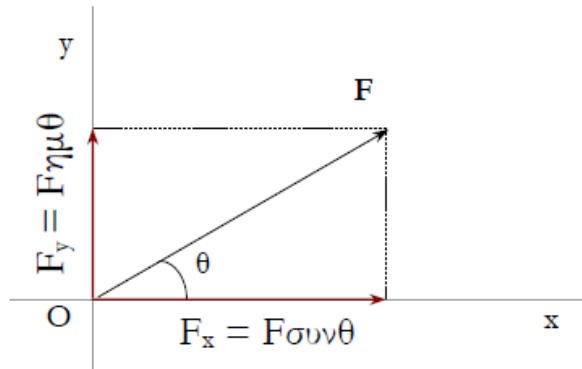
B. Ποιο από τα δυο αυτοκινητάκια έχει τη μεγαλύτερη σε μέτρο ταχύτητα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας υπολογίζοντας την ταχύτητα του καθενός.

Κεφάλαιο 3

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΣΥΝΙΣΤΑΜΕΝΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ	
 Ομόρροπα διανύσματα $F_{ολ} = F_2 + F_1$ και έχει την φορά της μεγαλύτερης	 Αντίρροπα διανύσματα $F_{ολ} = F_2 - F_1$ και έχει την φορά της μεγαλύτερης
 Διανύσματα κάθετα $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ $\epsilon' \theta = \frac{F_1}{F_2}$	 Διανύσματα σε τυχαία γωνία φ $F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\eta\mu\varphi}$ $\epsilon' \theta = \frac{F_1\eta\mu\varphi}{F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\varphi}$

Σχήμα 3.1: Σύνθεση δύο δυνάμεων



Σχήμα 3.2: Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Ο 1ος νόμος του Newton: $\Sigma F = 0$

Κάθε σώμα διατηρεί την κατάσταση ακινησίας ή ευθύγραμμης ομαλής κίνησης αν δεν ασκείται σε αυτό δύναμη.

Ο 2ος νόμος του Newton: $\Sigma F = m\alpha$

Συνέπειες από το 2ο νόμο του Newton:

- ο **Σταθερή δύναμη** $\Leftrightarrow$ **Σταθερή επιτάχυνση** άρα Ε.Ο.Ε.Κ.
- ο **Δύναμη μηδέν** $\Leftrightarrow$ **Επιτάχυνση μηδέν** άρα Ε.Ο.Κ.
- ο **Μεταβλητή δύναμη** $\Leftrightarrow$ **Μεταβλητή επιτάχυνση**

Ο 3ος νόμος του Newton: Αν ένα σώμα Α ασκεί δύναμη F_{AB} σε ένα άλλο σώμα Β, τότε και το Β ασκεί στο σώμα Α μία ίσου μέτρου και αντίθετη δύναμη F_{BA} ($\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$).

Στατική Τριβή

$$0 \leq T_{στ} \leq T_{ορ}, \text{ όπου } T_{ορ} = \mu_{ορ}N$$

$\mu_{ορ}$: συντελεστής στατικής τριβής.

N : η κάθετη δύναμη που συμπιέζει τις δύο επιφάνειες που εφάπτονται.

▷ Η στατική τριβή είναι πάντοτε αντίθετη με την (οριζόντια) δύναμη που τείνει να κινήσει το σώμα εφόσον $T_{στ} < T_{ορ}$.

▷ Η στατική τριβή είναι πάντοτε παράλληλη στο επίπεδο επαφής.

Τριβή Ολίσθησης

$$T = \mu N \quad (\mu \leq \mu_{ορ})$$

Η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα ολίσθησης και το εμβαδό επαφής.

ΑΣΚΗΣΗ -3.1-

Στο άκρο ενός ελαστικού ελατηρίου κρεμάμε σώμα Α βάρους $B_1 = 20N$ και το ελατήριο παραμορφώνεται κατά $10mm$.

α. Ποια η συνολική επιμήκυνση του ελατηρίου αν κρεμάσουμε (μαζί με το Α) και σώμα Γ βάρους $B_2 = 30N$.

β. Ποια θα ήταν η επιμήκυνση του ελατηρίου αν κρεμάσουμε μόνο το σώμα Γ.

ΑΣΚΗΣΗ -3.2-

Ένα σώμα μάζας $m = 4Kg$ που είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και τη χρονική στιγμή $t = 0s$ δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 20N$ για χρόνο $t_1 = 2s$. Ακολουθώντας, για τα επόμενα $t_2 = 3s$ η δύναμη F μηδενίζεται. Δίνεται ότι για $t = 0s$, η αρχική θέση του σώματος είναι $x_0 = 0$.

α. Να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 5s$.

β. Να γίνουν τα διαγράμματα $v(t), x(t)$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.3-

Ένα σώμα μάζας $m = 2Kg$ κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με αρχική ταχύτητα $v_0 = 20m/s$ όταν αρχίζει να επιδρά πάνω του δύναμη $F = 10N$ της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα.

α. Να βρείτε την μετατόπιση και την ταχύτητα του σώματος μετά από $2s$.

β. Να απαντήσετε στα ίδια ερωτήματα αν η δύναμη έχει αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητα. Πόσος χρόνος χρειάζεται για να σταματήσει το σώμα;

ΑΣΚΗΣΗ -3.4-

Σε ένα σώμα μάζας $m = 2Kg$ που κινείται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10m/s$, ασκούνται δύο δυνάμεις $F_1 = 20N$ και $F_2 = 10N$.

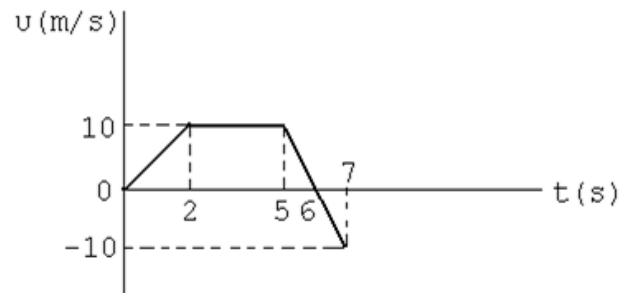
Να βρεθεί η μετατόπιση και η ταχύτητα του σώματος μετά από $t = 4s$ στις περιπτώσεις όπου:

α. Οι δύο δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση.

β. Οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

ΑΣΚΗΣΗ -3.5-

Σε σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ ασκείται οριζόντια δύναμη F που έχει μεταβλητό μέτρο. Στο παρακάτω σχήμα 3.3, φαίνεται το διάγραμμα $v(t)$ της κίνησης του σώματος. Να βρείτε την μέση ταχύτητα του σώματος και να κάνετε τα διαγράμματα $F(t), x(t)$. Δίνεται ότι για $t = 0\text{s}$, $x_o = -10\text{m}$.



Σχήμα 3.3:

ΑΣΚΗΣΗ -3.6-

Σε σώμα μάζας $m = 4\text{kg}$ ασκούνται τρεις δυνάμεις, δύο ομόρροπες $F_1 = 100\text{N}$ και $F_2 = 40\text{N}$ και μία αντίρροπη σ' αυτές $F_3 = 60\text{N}$. Το σώμα βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχικά ακίνητο.

- Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, να βρείτε τη συνισταμένη τους και το είδος της κίνησης που θα κάνει το σώμα.
- Να βρείτε την ταχύτητα που θα αποκτήσει μετά από χρόνο $t = 10\text{s}$.
- Να βρείτε την απόσταση που θα διανύσει στον παραπάνω χρόνο.
- Να κάνετε το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου και επιτάχυνσης-χρόνου, για το παραπάνω χρονικό διάστημα.

ΑΣΚΗΣΗ -3.7-

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 5\text{kg}$ και $m_2 = 4\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται σε ηρεμία πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν απόσταση $x_1 = 10\text{m}$ μεταξύ τους. Στα δύο σώματα ασκούνται ταυτόχρονα δύο σταθερές, ομόρροπες, οριζόντιες δυνάμεις $F_1 = 30\text{N}$ και $F_2 = 16\text{N}$ αντίστοιχα, με το σώμα Α να βρίσκεται μπροστά από το σώμα Β.

- Να βρείτε τις επιταχύνσεις των σωμάτων.
- Να βρείτε μετά από χρόνο $t = 10\text{s}$, πόση απόσταση d θα απέχουν τα δύο σώματα μεταξύ τους;

γ. Να κάνετε σε κοινούς άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου και των δύο σωμάτων.

ΑΣΚΗΣΗ -3.8-

Ένα σώμα μάζας $m = 20\text{Kg}$ που είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, τη χρονική στιγμή $t = 0\text{s}$ δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 100\text{N}$ για χρόνο $t = 4\text{s}$. Να βρεθεί το διάστημα που διανύει στο 6s της κίνησής του.

Τη χρονική στιγμή $t = 6\text{s}$ το σώμα δέχεται και πάλι τη δύναμη F αλλά με αντίθετη φορά από πριν. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή θα σταματήσει το σώμα και τι συνολικά διάστημα έχει διανύσει.

ΑΣΚΗΣΗ -3.9-

Ένα σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$ που είναι ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, τη χρονική στιγμή $t = 0\text{s}$ δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης $F = 4\text{N}$. Το σώμα σε χρόνο $t = 5\text{s}$ διατρέχει διάστημα $s = 12,5\text{m}$ κινούμενο με σταθερή επιτάχυνση.

α. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος.

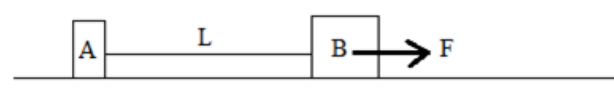
β. Γιατί ο λόγος F/m δε συμπίπτει με την επιτάχυνση του σώματος;

ΑΣΚΗΣΗ -3.10-

Σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$ κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα v_0 . Τη χρονική στιγμή $t = 0\text{s}$ αρχίζει να ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20\text{N}$, με κατεύθυνση αντίθετη της v_0 . Αν τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει ταχύτητα $v_1 = 5\text{m/s}$, ίδιας κατεύθυνσης με την v_0 και έχει διατρέξει διάστημα $s = 60\text{m}$, να βρείτε την v_0 και την χρονική στιγμή t_1 .

ΑΣΚΗΣΗ -3.11-

Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 1\text{Kg}$ και $m_2 = 3\text{Kg}$ αντίστοιχα, δεμένα στα άκρα ενός οριζόντιου νήματος μήκους $L = 1\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.4.



Σχήμα 3.4:

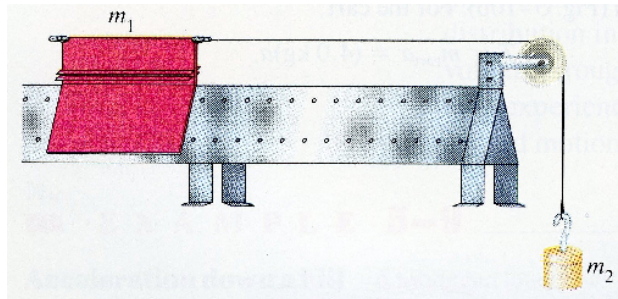
Τη χρονική στιγμή $t = 0s$ ασκούμε στο σώμα Β μια οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 12N$ και τα σώματα κινούνται προς τα δεξιά. Να υπολογίσετε:

A. Τη τάση του νήματος.

B. Σε μια στιγμή το νήμα που συνδέει τα δύο σώματα κόβεται. Ποιά η απόσταση των δύο σωμάτων $2s$ μετά τη στιγμή που κόπηκε το νήμα;

ΑΣΚΗΣΗ -3.12-

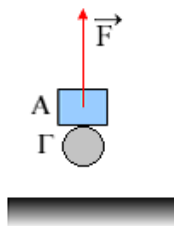
Το βαγονάκι του αεροδιαδρόμου έχει μάζα $200g$. Το βαγονάκι είναι συνδεδεμένο δια μέσου ενός αβαρούς νήματος το οποίο περνάει πάνω από μία τροχαλία με ένα κύλινδρο μάζας $100g$.



Σχήμα 3.5:

Βρείτε πόσο διάστημα θα διανύσει το βαγονάκι από την ηρεμία σε $4s$. Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.13-



Σχήμα 3.6:

Δύο σώματα Α και Γ με μάζες $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 2kg$ είναι κολλημένα και ηρεμούν στο έδαφος. Για $t = 0$ ασκούμε μέσω νήματος μια κατακόρυφη δύναμη F στο σώμα Α με μέτρο $F = 10N$. Μόλις το σύστημα των δύο σωμάτων φτάσει σε ύψος $h = 16m$ από το έδαφος, το σώμα Γ αποκολλάται, ενώ η δύναμη F συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α. Αν $g = 10m/s^2$ να βρεθούν:

- i) Η χρονική στιγμή που έγινε η αποκόλληση του σώματος Γ.
- ii) Η ταχύτητα του σώματος Γ τη στιγμή που αποκολλάται από το σώμα Α.
- iii) Η απόσταση των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.14-

Ένα σώμα μάζας $5kg$ ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο.

Α) Όταν του ασκήσουμε οριζόντια δύναμη $F_1 = 10N$, το σώμα δεν κινείται.

Β) Όταν αυξήσουμε τη δύναμη, παρατηρούμε ότι το σώμα ξεκινά μόλις το μέτρο της δύναμης γίνει $F_2 = 20N$.

Γ) Με σταθερή τη δύναμη $F_2 = 20N$, παρατηρούμε ότι το σώμα θα μετατοπιστεί κατά $8m$ σε χρονικό διάστημα $4s$.

α. Ποια πρόταση είναι λάθος:

i) Όταν ασκήσουμε την F_1 , το σώμα δεν κινείται επειδή η δύναμη αυτή είναι μικρότερη από την τριβή που ασκείται το σώμα και η οποία είναι $20N$.

ii) Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής είναι $20N$.

iii) Μόλις ξεκινήσει το σώμα η τριβή μειώνεται.

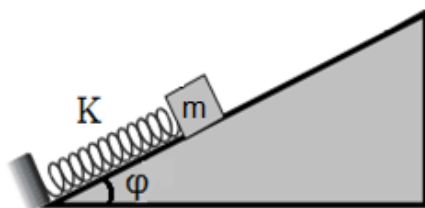
iv) Αν η δύναμη σχημάτιζε γωνία με το οριζόντιο επίπεδο, προς τα πάνω, η τριβή θα ήταν μικρότερη.

β. Να υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του.

γ. Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε περίπτωση και να υπολογίστε τα μέτρα τους.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.15-



Σχήμα 3.7:

Ένα σώμα μάζας $m = 2kg$ ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως φ ($\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\eta\varphi=0,8$), με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή στατικής τριβής $\mu_s = 0,6$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,5$. Το σώμα βρίσκεται σε επαφή με το ένα άκρο ελατηρίου που έχει φυσικό μήκος $50cm$ και σταθερά $K=400N/m$. Το μήκος του ελατηρίου είναι $40cm$ σ' αυτή τη θέση ισορροπίας του σώματος (Σχ. 3.7).

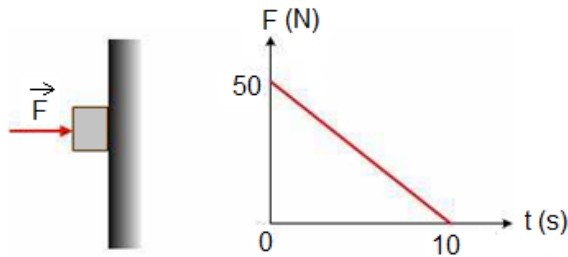
i) Υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.

ii) Ασκώντας μια επιπρόσθετη δύναμη στο σώμα, συμπιέζουμε το ελατήριο, οπότε αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα φθάνει στο φυσικό μήκος του ελατηρίου με ταχύτητα 2 m/s και το εγκαταλείπει. Να βρεθεί η απόσταση που θα διανύσει το σώμα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία και ο χρόνος που απαιτείται.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.16-

Ένα σώμα μάζας $m = 1,2 \text{ Kg}$ ισορροπεί στηριζόμενο σε κατακόρυφο τοίχο, με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = \mu_s = 0,4$, όταν δέχεται οριζόντια δύναμη $F = 50 \text{ N}$.



Σχήμα 3.8:

A. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

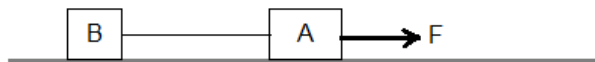
B. Κάποια χρονική στιγμή που θεωρούμε $t = 0$, αρχίσει να μεταβάλλεται το μέτρο της δύναμης F (Σχ. 3.8).

1. Ποια χρονική στιγμή t_1 , το σώμα θα αρχίσει να ολισθαίνει;

2. Ποια είναι η επιτάχυνση του σώματος χρονική στιγμή $t_2 = 4 \text{ s}$;

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.17-



Σχήμα 3.9:

Σώματα A, B μάζας $m_1 = 3 \text{ Kg}$, $m_2 = 2 \text{ Kg}$, αντίστοιχα, είναι δεμένα με σχοινί (Σχ. 3.9). Στο σώμα A εξασκούμε μία δύναμη F , οπότε τα

σώματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a = 0,6m/s^2$. Το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο κινούνται τα σώματα εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu_1 = 0,4$ με το σώμα Α, ενώ με το σώμα Β, $\mu_2 = 0,5$. Να υπολογίσετε:

Α. Τη δύναμη F .

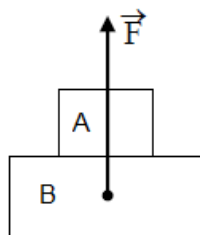
Β. Την τάση του σχοινιού.

Γ. Αν το όριο θραύσης του σχοινιού είναι 20 N, να υπολογίσετε τη μέγιστη επιτάχυνση με την οποία μπορούν να κινηθούν τα σώματα Α και Β.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.18-

Άνθρωπος βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα και κρατά δύο κουτιά Α και Β (το ένα πάνω στο άλλο), ασκώντας τους μια κατακόρυφη δύναμη F (Σχ. 3.10).



Σχήμα 3.10:

Το κουτί Β που ακουμπά στα χέρια του έχει μάζα $m_B = 3Kg$, ενώ το κουτί Α έχει μάζα $m_A = 2Kg$. Να υπολογίσετε: τη δύναμη F και τη δύναμη που ασκεί το κουτί Β στο κουτί Α, στις περιπτώσεις όπου:

α. Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με επιτάχυνση $a = 1m/s^2$.

β. Ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή ταχύτητα.

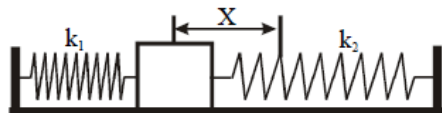
γ. Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με επιβράδυνση $a = 1m/s^2$.

δ. Ο ανελκυστήρας κατεβαίνει με επιτάχυνση $a = 2m/s^2$.

ε. Ο ανελκυστήρας κατεβαίνει με επιτάχυνση $a = g$.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.19-



Σχήμα 3.11:

Σώμα μάζας $m = 1\text{Kg}$ είναι συνδεδεμένο με δυο ελατήρια που αρχικά έχουν το φυσικό τους μήκος. Οι σταθερές ελατηρίων είναι $k_1 = 20\text{N/m}$ και $k_2 = 30\text{N/m}$, αντίστοιχα. Μετατοπίζουμε το σώμα κατά $x = 0,1\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα 3.11. Ο συντελεστής τριβής του σώματος με το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκεται είναι $\mu = 0.4$.

Να υπολογιστούν:

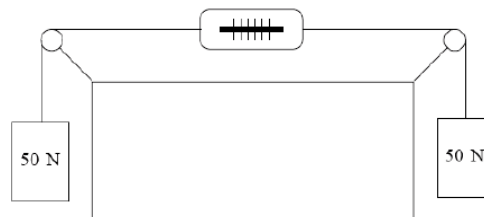
A. Η συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα από τα ελατήρια, όταν βρίσκεται σ' αυτή τη θέση.

B. Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα μόλις το ελευθερώσουμε.

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -3.20-

Στις ερωτήσεις A, B, Γ, Δ, Ε, ΣΤ, Ζ μια μόνο απάντηση είναι σωστή. Να γράψετε στο τετράδιό σας το κεφαλαίο γράμμα της ερώτησης και το μικρό γράμμα της σωστής απάντησης. Α) Το σύστημα του παρακάτω σχήματος είναι σε ισορροπία. Το δυναμόμετρο θα δείχνει:



Σχήμα 3.12:

- α. 100 N, β. 50 N, γ. 0 N, δ. 25 N

B) Μια μπάλα ρίχνεται από ένα ψηλό κτίριο και τελικά αποκτά σταθερή (οριακή) ταχύτητα. Αν χαρακτηρίσουμε το βάρος της σφαίρας ως «δράση» ποια θα είναι η αντίδραση;

- α. Η επιτάχυνση της μπάλας
β. Η αντίσταση του αέρα
γ. Η ελκτική δύναμη που ασκεί η μπάλα στη Γη
δ. Η δύναμη που ασκεί η μπάλα στον αέρα
ε. Δεν υπάρχει «αντίδραση» στην περίπτωση αυτή.

Γ) Ένα ποδηλάτο επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση a ξεκινώντας από την ηρεμία σε οριζόντιο δρόμο. Η μόνη πηγή ενέργειας είναι αυτή που παρέχει ο ποδηλάτης ο οποίος δεν ακουμπά τα πόδια του στο δρόμο αλλά κινεί

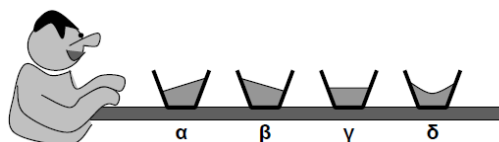
τα πετάλια και αυτά κινούν τον πίσω τροχό. Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Newton, $F=ma$ όπου m η μάζα του συστήματος ποδηλάτης-ποδήλατο. Η δύναμη F είναι:

- α. Η δύναμη που ασκείται από την αλυσίδα στον πίσω τροχό.
- β. Η δύναμη που ασκείται από τα πόδια του ποδηλάτη στα πετάλια.
- γ. Η δύναμη που ασκείται από τον πίσω τροχό στο δρόμο.
- δ. Η τριβή μεταξύ του δρόμου και των τροχών.
- ε. Το βάρος του συστήματος.

Δ) Ένα αντικείμενο κάποια στιγμή έχει επιτάχυνση $2m/s^2$ λόγω της μοναδικής αλληλεπίδρασής του με ένα άλλο αντικείμενο, το οποίο έχει μάζα $1kg$ και επιτάχυνση $4m/s^2$ την ίδια χρονική στιγμή. Ποια είναι η μάζα του πρώτου αντικειμένου;

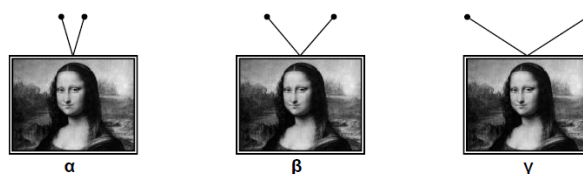
- α. $0,5kg$
- β. $1kg$
- γ. $2kg$
- δ. $8kg$

Ε) Ένας επιβάτης κάθεται σε κάθισμα τρένου προσανατολισμένος κατά την κατεύθυνση κίνησης του τρένου, έχει μπροστά του τραπέζακι πάνω στο οποίο υπάρχει ένα ποτήρι με τσάι. Το τρένο επιβραδύνεται καθώς εισέρχεται στο σταθμό. Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα στα οποία φαίνεται το τσάι μέσα στο ποτήρι κατά τη διάρκεια της επιβράδυνσης, είναι σωστό;



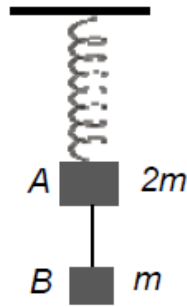
Σχήμα 3.13:

ΣΤ) Τρία κάδρα ίσου βάρους είναι κρεμασμένα όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα. Σε ποια περίπτωση το σύρμα έχει τη μικρότερη πιθανότητα να σπάσει;



Σχήμα 3.14:

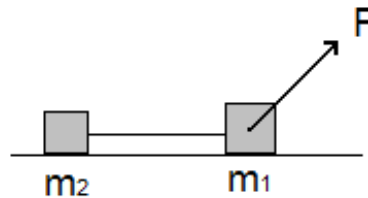
Ζ) Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες $2m$ και m αντίστοιχα συνδέονται με αβαρές μη εκτατό νήμα. Το όλο σύστημα κρέμεται μέσω αβαρούς ελατηρίου όπως στο σχήμα και ισορροπεί ακίνητο. Η επιτάχυνση των Α, Β αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος θα είναι αντίστοιχα:



Σχήμα 3.15:

α. $g, g/2$ β. $g/2, g$ γ. g, g δ. $g/2, g/2$

ΑΣΚΗΣΗ -3.21-



Σχήμα 3.16:

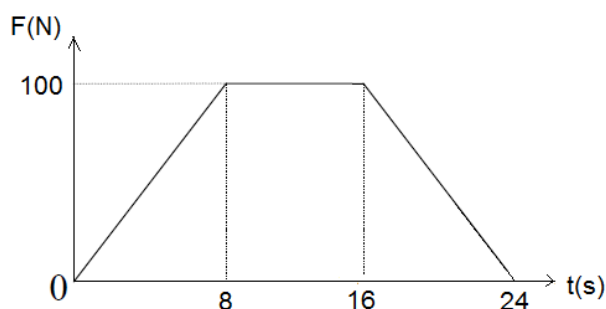
Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 600gr$ και $m_2 = 200gr$ είναι πάνω σε οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένα με σχοινί αμελητέας μάζας όπως φαίνεται στο σχήμα. Ασκούμε στο σώμα μάζας m_1 σταθερή δύναμη $F = 8N$ η οποία σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία φ . Μεταξύ των σωμάτων και του οριζοντίου επιπέδου υπάρχει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$. Να σχεδιαστούν όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και να βρεθεί η επιτάχυνσή τους.

(Δίνονται $\eta\mu\varphi=3/5$, $\sigma\upsilon\nu\varphi=4/5$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$)

(Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 1997)

ΑΣΚΗΣΗ -3.22-

Ένα κινητό μάζας $m = 10\text{Kg}$ είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F σταθερής διεύθυνσης, της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Σχήμα 3.17:

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και στατικής τριβής είναι $\mu = \mu_{\sigma} = 0,5$.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$

α) Να βρεθεί η χρονική στιγμή που το σώμα αρχίζει να κινείται.

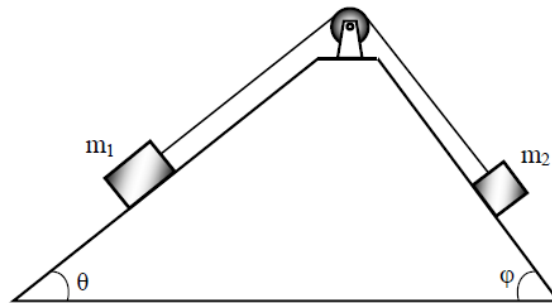
β) Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος τις χρονικές στιγμές $t_1 = 8\text{s}$ και $t_2 = 24\text{s}$.

γ) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος από το 8° έως το 16° sec , αν είναι γνωστό ότι η ταχύτητα του τη χρονική στιγμή $t_1 = 8\text{s}$ είναι $v = 10\text{m/s}$.

(Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 1999)

ΑΣΚΗΣΗ -3.23-

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 1\text{kg}$ και $m_2 = 0,5\text{kg}$ μπορούν να ολισθαίνουν χωρίς τριβές πάνω σε διπλό κεκλιμένο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα 3.18.



Σχήμα 3.18:

Το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνίες με το οριζόντιο επίπεδο: θ προς τη μεριά του m_1 και φ προς τη μεριά του m_2 . Τα σώματα είναι δεμένα με αβαρές νήμα το οποίο περνά από μια τροχαλία που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές. Να θεωρήσετε ότι η μάζα της τροχαλίας είναι αμελητέα, έτσι ώστε η τάση του νήματος να παραμένει σταθερή καθ' όλο το μήκος του.

A1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στα σώματα m_1 και m_2 .

A2. Προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα των δύο σωμάτων. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

A3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθούν τα σώματα.

B. Αν υποθέσουμε ότι ανάμεσα στα σώματα και στο κεκλιμένο επίπεδο ασκείται δύναμη τριβής, να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μ , ώστε τα σώματα, αν δεχτούν μια αρχική ώθηση προς τη κατεύθυνση που αναφέρεται στην ερώτηση A2, να κινούνται με σταθερή ταχύτητα.

Δίνονται: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu\theta=0,6$, $\sigma\eta\nu\theta=0,8$, $\eta\mu\varphi=0,8$, και $\sigma\eta\nu\varphi=0,6$.

(Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 2011)

Κεφάλαιο 4

ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΒΟΛΗ

Ελεύθερη πτώση είναι η ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ενός σώματος όταν το αφήσουμε να πέσει από κάποιο ύψος και η μόνη δύναμη που ενεργεί σ' αυτό είναι το βάρος του, το οποίο θεωρείται σταθερό. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η ελεύθερη πτώση, επακριβώς, πραγματοποιείται μόνο στο κενό. Η επιτάχυνση του σώματος που πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση ισούται με την ένταση του βαρυτικού πεδίου και είναι ανεξάρτητη της μάζας του σώματος. Η επιτάχυνση έχει μέση τιμή $g = 9,81 m/s^2$ σε γεωγραφικό πλάτος 45° . Η επιτάχυνση αυτή οφείλεται στην έλξη της γης και ονομάζεται επιτάχυνση της βαρύτητας.

Αν στις σχέσεις που περιγράφουν την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση θέσουμε αρχική ταχύτητα $v_0 = 0$ και επιτάχυνση $a = g$, παίρνουμε τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης ενός σώματος:

$$y = \frac{1}{2}gt^2, \quad v = gt$$

Κατακόρυφη βολή ονομάζεται η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα με τη επίδραση μόνο του βάρους του, όταν εκτοξεύεται, από ορισμένο ύψος ή από την επιφάνεια του εδάφους με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_o$, που έχει διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια του εδάφους.

Ανάλογα με τη φορά κίνησης του σώματος η κατακόρυφη βολή διακρίνεται σε:

- **1. Κατακόρυφη βολή προς τα πάνω**, όταν το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_o$, είναι αντίθετο από το διάνυσμα της επιτάχυνσης βαρύτητας $\vec{g}$. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση είναι:

$$v = v_o + gt, \quad y = v_o t + \frac{1}{2}gt^2$$

- **2. Κατακόρυφη βολή προς τα κάτω**, όταν το διάνυσμα της ταχύτητας $\vec{v}_o$, είναι ομόρροπο με το διάνυσμα της επιτάχυνσης του βάρους $\vec{g}$. Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση είναι:

$$v = v_o - gt, \quad y = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

Η σχέση $y = v_o t - \frac{1}{2}gt^2$ είναι δευτεροβάθμια εξίσωση, που εμφανίζει δύο θετικές τιμές οι οποίες είναι δεκτές και οι δύο γιατί κατά την κίνησή του το σώμα περνά από κάθε σημείο της τροχιάς δύο φορές. Μία όταν ανέρχεται και μία όταν κατέρχεται. Έτσι η μικρότερη αντιστοιχεί στην άνοδο του σώματος και η μεγαλύτερη στην κάθοδο.

ΑΣΚΗΣΗ -4.1-

Από το μπαλκόνι μιας ψηλής πολυκατοικίας σε ύψος από το έδαφος $H = 45m$, ο Γιάννης αφήνει να πέσει μια μικρή πέτρα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ενώ $g = 10m/s^2$.

Α. Υπολογίστε πόσο χρονικό διάστημα διαρκεί η πτώση.

Β. Με ποια ταχύτητα φτάνει η πέτρα στο έδαφος;

Γ. Να κάνετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ. Ποια εξίσωση μας δίνει κάθε στιγμή το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται η πέτρα;

Ε. Ο Γιώργος βρίσκεται σε κάποιο μπαλκόνι της ίδιας πολυκατοικίας και κάποια στιγμή βλέπει την πέτρα να περνά από μπροστά του με ταχύτητα $v = 20m/s$. Σε πόσο ύψος από το έδαφος βρίσκεται ο Γιώργος;

ΣΤ. Ο Θανάσης βρίσκεται στο έδαφος. Κάποια στιγμή εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω μια άλλη πέτρα με αρχική ταχύτητα μέτρου $10m/s$.

(i) Ποια χρονική στιγμή σταματά να κινείται προς τα πάνω η πέτρα και σε πόσο ύψος από το έδαφος βρίσκεται τη στιγμή αυτή;

(ii) Πόσο χρόνο διαρκεί συνολικά η κίνηση της πέτρας μέχρι να φτάσει στο έδαφος;

(iii) Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία επιστρέφει η πέτρα στο έδαφος.

(iv) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης της πέτρας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται $g = 10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΑΣΚΗΣΗ -4.2-

Από το στόμιο πηγαδιού με νερό βάθους $h = 19,66m$, αφήνουμε να πέσει ένα μικρό σώμα. Μετά από $t = 2,06s$, ακούμε ότι το σώμα έφθασε στο νερό. Να βρείτε αν το πηγάδι βρίσκεται στο Β. Πόλο ή στον Ισημερινό ή στην Ελλάδα.

Δίνονται: $v_{\eta\chi} = 325m/s$, $g_I = 9,78m/s^2$, $g_{B.Π} = 9,83m/s^2$ και $g_{Ελλ.} = 9,81m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -4.3-

Από το έδαφος, για $t = 0$, εκτοξεύουμε μια πέτρα κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα v_0 . Αν στη διάρκεια του 3ου δευτερολέπτου της κίνησής της η μετατόπιση της πέτρας είναι $\Delta y = -15m$, ζητούνται:

Α. Η αρχική ταχύτητα της πέτρας.

Β. Για πόσο χρόνο η πέτρα κινείται προς τα πάνω;

Γ. Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα.

Δ. Το ύψος από το έδαφος που βρίσκεται η πέτρα τις χρονικές στιγμές $t_3 = 0,5s$ και $t_4 = 1,2s$. Ποιες είναι αντίστοιχα οι τιμές της ταχύτητας τις στιγμές αυτές;

Ε. Να γίνουν τα διαγράμματα σε συνάρτηση με το χρόνο, της ταχύτητας της πέτρας και του ύψους, μέχρι τη στιγμή που θα ξαναπέσει στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΑΣΚΗΣΗ -4.4-

Σώμα μάζας $m = 5kg$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνεται ελεύθερο $4500m$ πάνω από την επιφάνεια της Γης και εκτελεί ελεύθερη πτώση μέχρι τα $2500m$ οπότε ανοίγει ένα αλεξίπτωτο. Αν η αντίσταση του αέρα στο αλεξίπτωτο είναι κατακόρυφη και δίνεται από τη σχέση $F = 0,075v^2 + v$ να βρείτε:

Α. Ποια χρονική στιγμή άνοιξε το αλεξίπτωτο.

Β. Την επιτάχυνση του σώματος μόλις άνοιξε το αλεξίπτωτο.

Γ. Τη σταθερή ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το σώμα στο έδαφος.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

(Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 2004)

ΑΣΚΗΣΗ -4.5-

Ένας άνθρωπος βρίσκεται στο χείλος ενός πηγαδιού αγνώστου βάθους και ρίχνει μια πέτρα κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $v_0 = 20m/s$ και η πέτρα κτυπά στον πυθμένα του πηγαδιού σε $8s$.

Να υπολογιστούν:

α) Το μέγιστο ύψος από το σημείο βολής που έφθασε η πέτρα.

β) Το βάθος του πηγαδιού.

γ) Η ταχύτητα με την οποία η πέτρα κτύπησε στον πυθμένα.

δ) Η μέση ταχύτητα.

ε) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις: $a = f(t)$ και $v = f(t)$.

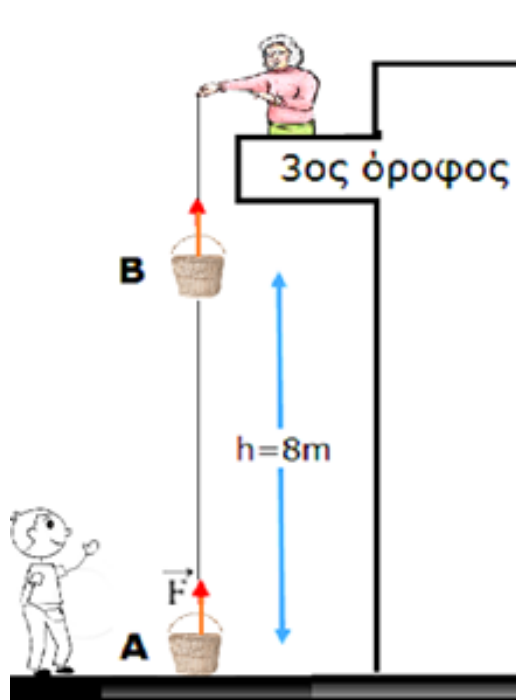
(Παγκύπρια Ολυμπιάδα Φυσικής 2006)

ΑΣΚΗΣΗ -4.6-

Το καλάθι της γιαγιάς γεμάτο με ψώνια συνολικής μάζας $m = 3kg$ βρίσκεται στο πεζοδρόμιο (θέση Α) με μηδενική δυναμική ενέργεια. Η γιαγιά για να μην κατέβει να το πάρει, ζητάει από το Γιώργο -τον εγγονό της- να το δέσει με ένα σχοινάκι ώστε αυτή να το τραβήξει μέχρι τον τρίτο (3ο) όροφο ο οποίος βρίσκεται σε ύψος $10m$ από το πεζοδρόμιο. Η γιαγιά ασκεί σταθερή κατακόρυφη δύναμη $F = 33N$ μέσω του νήματος στο καλάθι.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

1. Να υπολογίσετε τη ταχύτητα που θα αποκτήσει το καλάθι όταν φθάσει σε ύψος $h = 8 \text{ m}$ (σημείο Β του σχήματος) από το πεζοδρόμιο.



Σχήμα 4.1:

2. Ξαφνικά το σχοινί με το οποίο είναι δεμένο το καλάθι κόβεται στο σημείο Β. Θα μπορέσει η γιαγιά να πιάσει το καλάθι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας με το χρόνο από τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει το καλάθι να ανυψώνεται μέχρι να φθάσει στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του.

Κεφάλαιο 5

ΕΡΓΟ-ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έργο είναι το μονόμετρο μέγεθος που εκφράζει την ποσότητα της ενέργειας που προσφέρεται ή αφαιρείται στο σώμα μέσω της δύναμης, ή τη μετατροπή της ενέργειας από μια μορφή σε άλλη. Συμβολίζεται με το γράμμα W και μετριέται σε *Joule* (J).

Το έργο μιας σταθερής δύναμης F ορίζεται ως το γινόμενο της δύναμης F (σε N) επί τη μετατόπιση Δx (σε m).

$$W_F = F \cdot \Delta x \quad (5.1)$$

Αν η δύναμη F σχηματίζει γωνία θ με τη μετατόπιση, τότε το έργο ισούται με το έργο της συνιστώσας F_x της δύναμης F , δηλαδή:

$$W_F = W_{F_x} = F \cdot \Delta x \cos \theta \quad (5.2)$$

Αν η δύναμη είναι μεταβαλλόμενη, τότε το έργο της υπολογίζεται χρησιμοποιώντας το διάγραμμα δύναμης-θέσης ($F - x$) υπολογίζοντας το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της καμπύλης του διαγράμματος και του άξονα της θέσης.

Κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια που έχει κάθε σώμα εξαιτίας της κίνησής του. Έτσι ένα σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα v έχει κινητική ενέργεια που υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5.3)$$

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας ή Θ.Μ.Κ.Ε.

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή, ισοδύναμα,

είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης, δηλαδή:

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{\Sigma F} \quad (5.4)$$

Το συμπέρασμα αυτό ισχύει για κάθε είδους δύναμη (σταθερή ή μεταβλητή) και για κάθε μεταβολή ταχύτητας, αρκεί μόνο η μάζα του σώματος να είναι σταθερή και ονομάζεται θεώρημα έργου-ενέργειας ή Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας, και για συντομία Θ.Μ.Κ.Ε.

Δυναμική ενέργεια

Ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων έχει δυναμική ενέργεια όταν έχει τη δυνατότητα παραγωγής έργου λόγω της θέσης ή της κατάστασης στην οποία βρίσκεται.

Ονομάζουμε δυναμική ενέργεια ενός σώματος σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, την ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του και είναι ίση με

$$U = mgh \quad (5.5)$$

Μηχανική ενέργεια

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός σώματος ονομάζεται Μηχανική ενέργεια

$$E = K + U \quad (5.6)$$

Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας

Αν οι μόνες ενέργειες που μπορούν να μεταβληθούν είναι η δυναμική και η κινητική ενέργεια, τότε η μηχανική ενέργεια θα διατηρείται σταθερή.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των μορφών ενέργειας που εμφανίζονται σε ένα (απομονωμένο) σύστημα διατηρείται σταθερό με την πάροδο του χρόνου.

Ισχύς

Η ισχύς, στη Φυσική, είναι ο ρυθμός παραγωγής έργου ή αλλιώς το ποσό της ενέργειας που καταναλώνεται στη μονάδα του χρόνου.

Ρυθμός μεταβολής έργου-ενέργειας (οποιασδήποτε ενέργειας).

Εκφράζει την ισχύ κάθε χρονική στιγμή: $\frac{dW_F}{dt} = F \cdot v$.

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dW_{\Sigma F}}{dt} = \Sigma F \cdot v.$$

Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας σε ένα σώμα που κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του (κατακόρυφα) είναι:

$$\frac{dU}{dt} = \pm mgv$$

Το (+) όταν το σώμα ανέρχεται (η δυναμική του ενέργεια αυξάνεται).

Το (−) όταν το σώμα κατέρχεται (η δυναμική του ενέργεια μειώνεται).

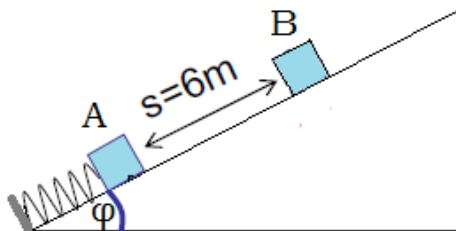
ΑΣΚΗΣΗ -5.1-

Σώμα μάζας $m = 2kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ενεργεί οριζόντια δύναμη $F = 5(4 - x)$.

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή που βρίσκεται από τη θέση $x = 4m$.

β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή που βρίσκεται από τη θέση $x = 4m$, εάν θεωρήσουμε ότι η δύναμη ενεργεί υπό γωνία φ και το σώμα εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu=0,1$.

Δίνεται $\eta\mu\varphi=0,6$ και $g = 10m/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ -5.2-

Σχήμα 5.1:

Ένα σώμα μάζας $2kg$ τοποθετείται στο άκρο ενός συμπιεσμένου ελατηρίου στο κατώτατο σημείο ενός κεκλιμένου επιπέδου με κλίση φ (σημείο A). Το ελατήριο όταν αποδεσμευτεί εκτοξεύει τον κύβο προς τα πάνω κατά μήκος του κεκλιμένου. Στη θέση B που απέχει απόσταση $6m$ από το σημείο A ο κύβος έχει ταχύτητα $4m/s$ (παράλληλη στο κεκλιμένο με φορά προς τα πάνω). Ο συντελεστής τριβής είναι $\mu=0,5$. Να υπολογιστεί η ποσότητα δυναμικής ενέργειας που είχε αποθηκευτεί αρχικά στο ελατήριο.

Δίνεται $\eta\mu\varphi=0,8$ και $g = 10m/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ -5.3-

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 10kg$ είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο οριζόντιο επίπεδο και το κιβώτιο είναι $\mu=0,3$.

A. Να σχεδιάσετε και να υπολογίσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο.

B. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη F η οποία επιταχύνει το κιβώτιο με επιτάχυνση $a = 0,5m/s^2$.

Στη συνέχεια, από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$ η δύναμη F παίρνει τέτοια τιμή ώστε το κιβώτιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Η μέση ταχύτητα κίνησης του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_2 είναι: $v_{\mu} = 1,6m/s$.

B1. Να υπολογίσετε τη δύναμη F στα χρονικά διαστήματα: Από t_o έως t_1 , και από t_1 έως t_2 .

B2. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .

B3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

Γ. Τι ποσοστό του συνολικού έργου της δύναμης F μετατρέπεται σε θερμότητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$

(Διαγωνισμός Βασίλη Ξανθόπουλου 2012)

ΑΣΚΗΣΗ -5.4-

Σώμα μάζας $m = 1Kg$ αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα αρχίζει και κινείται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F με σταθερή επιτάχυνση $a = 2m/s^2$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου μεταβάλλεται με την μετατόπιση του σώματος σύμφωνα με τη σχέση:

$$\mu = 0,2 + 0,1x$$

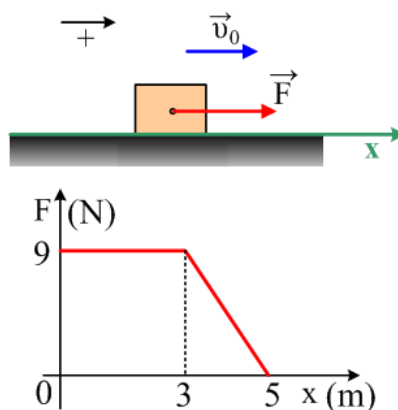
Να υπολογίσετε:

- α) Τη δύναμη F σε σχέση με την μετατόπιση του σώματος.
- β) Το έργο της συνισταμένης δύναμης στο χρονικό διάστημα (0-4) s.
- γ) Το έργο της δύναμης F στο χρονικό διάστημα (0-4) s.
- δ) Το ποσό της θερμότητας που παράχθηκε λόγω τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου στο χρονικό διάστημα (0-4) s.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.5-

Ένα σώμα μάζας $2kg$ κινείται σ' οριζόντιο επίπεδο και σε μια στιγμή περνά από μια θέση $x = 0$ έχοντας ταχύτητα $v_o = 5m/s$. Στο σώμα ασκείται μια οριζόντια δύναμη F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα. Το αποτέλεσμα είναι το σώμα να διατηρεί σταθερή ταχύτητα μέχρι τη θέση $x_1 = 3m$.



Σχήμα 5.2:

A) Να σχεδιάσετε ένα σχήμα που να εμφανίζονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο σώμα τη στιγμή που περνά από τη θέση $x = 1m$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων αυτών.

B) Να βρεθεί η επιτάχυνση του σώματος στις θέσεις:

1) $x_2 = 4m$ και 2) $x_3 = 5m$.

Γ) Η κίνηση μεταξύ των θέσεων $x_1 = 3m$ και $x_3 = 5m$ είναι:

- α) Ευθύγραμμη ομαλή.
- β) Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- γ) Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.
- δ) Ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη.

Δ) Για την κίνηση από την αρχική θέση $x_0 = 0$, μέχρι τη θέση $x_3 = 5m$ να βρεθούν:

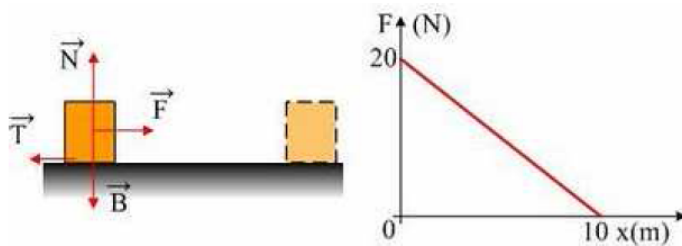
- α) Το έργο της F .
- β) Το έργο της τριβής.
- γ) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος.

Ε) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που περνά από τη θέση $x_3 = 5m$.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.6-

Ένα σώμα μάζας $m = 2kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται όπως στο σχήμα.



Σχήμα 5.3:

Στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη, το σώμα έχει ταχύτητα $v = 6\text{ m/s}$.
Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.7-

Σώμα μάζας $m = 1\text{ Kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής τριβής $\mu=0,1$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ενεργεί στο σώμα οριζόντια δύναμη που μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:

$$F = 0,2t$$

α) Ποια χρονική στιγμή t_0 αρχίζει να κινείται το σώμα;

β) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 10\text{ s}$.

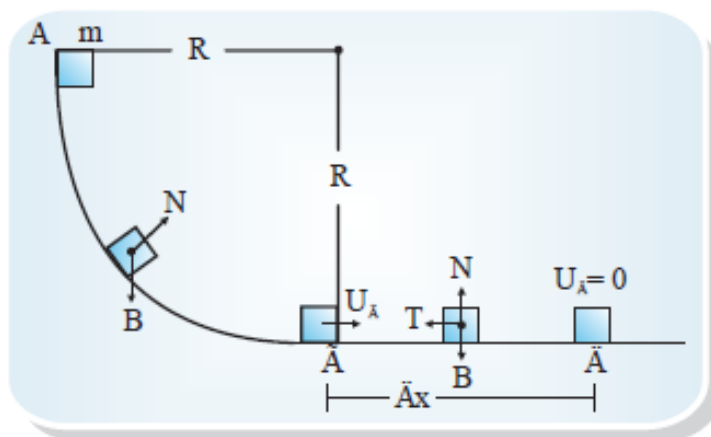
γ) Να κάνετε σε κοινό σύστημα αξόνων το διάγραμμα της δύναμης και της τριβής σε σχέση με το χρόνο.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

Να θεωρήσετε ότι ο συντελεστής οριακής τριβής είναι ίσος με τον συντελεστή τριβής ολίσθησης.

ΑΣΚΗΣΗ -5.8-

Σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ βρίσκεται στο ανώτερο σημείο Α του τεταρτοκυκλίου που είναι λείο. Αν το αφήσουμε ελεύθερο, φθάνοντας στο κατώτερο σημείο του τεταρτοκυκλίου Γ, συνεχίζει την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,2$.

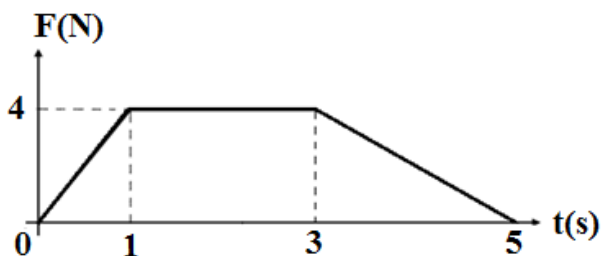


Σχήμα 5.4:

Αν η ακτίνα του τεταρτοκυκλίου είναι $R = 1m$ να βρείτε:

- Την ταχύτητα του σώματος όταν διέρχεται από το κατώτερο σημείο Γ του τεταρτοκυκλίου.
- Τη μετατόπιση του σώματος πάνω στο οριζόντιο επίπεδο.
- Τις μετατροπές ενέργειας που έχουμε κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος.

ΑΣΚΗΣΗ -5.9-



Σχήμα 5.5:

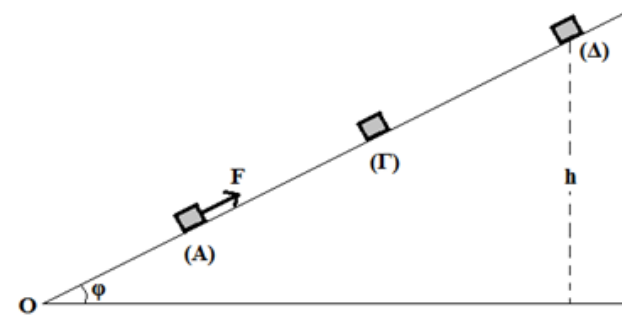
Ένα σώμα μάζας $m = 1Kg$, κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_o = 6m/s$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, με κατεύθυνση ομόρροπη της ταχύτητας. Στο παραπάνω σχήμα παριστάνεται το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, σε συνάρτηση με το χρόνο. Θεωρείστε ότι από τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$ και μετά, η δύναμη $\vec{F}$, είναι μηδενικού μέτρου.

Να υπολογίσετε:

- Την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$.
- Τη μετατόπιση του σώματος για το χρονικό διάστημα από $1s$ έως $3s$.

3. Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το χρονικό διάστημα από $0s$ έως $5s$.
4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 3s$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.10-



Σχήμα 5.6:

Σώμα μάζας $m = 2Kg$, βρίσκεται ακίνητο στη θέση A του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα και τη χρονική στιγμή $t = 0$, δέχεται δύναμη $\vec{F}$, της οποίας το μέτρο δίνεται από τη σχέση:

$$F = 10 + 2t(S.I.)$$

Το κεκλιμένο επίπεδο παρουσιάζει με το σώμα συντελεστή οριακής τριβής $\mu_s = 0,5$, τον οποίο θεωρούμε ίσο με το συντελεστή τριβής ολίσθησης μ .

1. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή τίθεται σε κίνηση το σώμα.
2. Να υπολογίσετε την ισχύ της δύναμης $\vec{F}$, τη χρονική στιγμή $t = 9s$.
3. Τη χρονική στιγμή $t = 9s$, που το σώμα βρίσκεται στη θέση Γ , παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Να βρεθεί το διάστημα $s = (\Gamma\Delta)$, όπου Δ , είναι το σημείο που σταματά στιγμιαία το σώμα κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο.
4. Αν θεωρήσουμε ότι η θέση Δ βρίσκεται σε κατακόρυφο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο $h = 5,4m$, να υπολογιστούν ο χρόνος και η ταχύτητα του σώματος όταν θα φθάσει στη βάση O του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$, $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$

ΑΣΚΗΣΗ -5.10-

Κινητό μάζας $4Kg$, τη χρονική στιγμή $t = 0$, περνά από το σημείο $O(x = 0)$ ενός λείου οριζόντιου δαπέδου, που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 4m/s$. Την ίδια χρονική στιγμή δέχεται ακαριαία οριζόντια δύναμη, μέτρου $F = 8N$ ομόρροπη της v_0 , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, που ενεργεί συνεχώς στο σώμα. Αφού μετατοπιστεί κατά



Σχήμα 5.7:

$(OA) = \Delta x_1 = 32m$ στο λείο δάπεδο, εισέρχεται σε περιοχή του δαπέδου με την οποία εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$ (σημείο Α).

α) Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος στο τραχύ δάπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

β) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον άξονα $x'x$, αμέσως μετά το μηδενισμό της ταχύτητάς του και να υπολογίσετε τα μέτρα τους, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

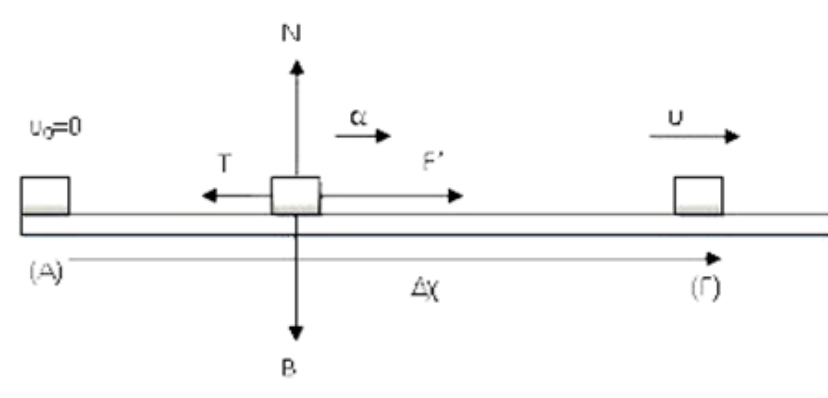
γ) Να βρεθεί ο συνολικός χρόνος της κίνησης.

δ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου, για όλη τη διάρκεια της κίνησής του.

ε) Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον λόγω τριβής στο τραχύ δάπεδο.

Δίνονται: $g = 10m/s^2$ και ότι οι συντελεστές τριβής ολίσθησης και οριακής στατικής τριβής, είναι ίσοι ($\mu = \mu_{op}$).

ΑΣΚΗΣΗ -5.11-



Σχήμα 5.8:

Ένας μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο μάζας $m = 100kg$ πάνω σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο το κιβώτιο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$.

Α) Πόση είναι η δύναμη που ασκεί ο μαθητής, αν το κιβώτιο μετατοπίζεται με σταθερή ταχύτητα ;

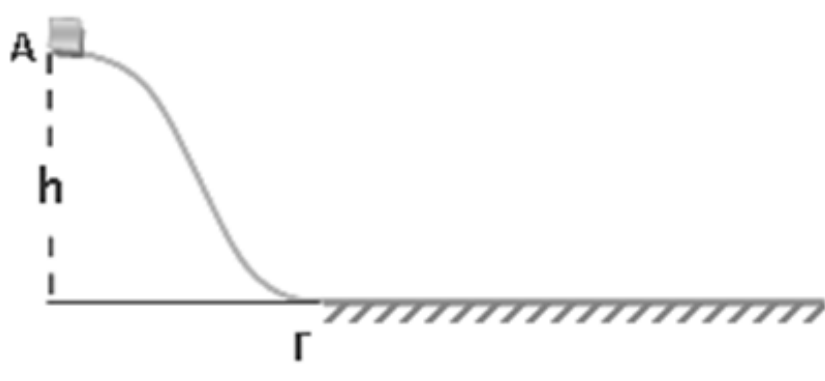
Β) Πόση ενέργεια προσφέρει ο μαθητής στο κιβώτιο, αν το μετατοπίσει κατά $10m$;

Γ1) Αν διπλασιάσει ο μαθητής την δύναμη που ασκεί στο κιβώτιο, πόση θα είναι η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το κιβώτιο ;

Γ2) Πόση κινητική ενέργεια θα έχει αποκτήσει το κιβώτιο σε αυτή την περίπτωση όταν θα έχει μετατοπιστεί κατά $10m$;

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.12-



Σχήμα 5.9:

Σώμα μάζας m βρίσκεται στη θέση Α σε ύψος $h = 1,8m$ και αφήνεται να ολισθήσει. Η κίνησή του είναι χωρίς τριβές στην επιφάνεια ΑΓ αλλά στο οριζόντιο επίπεδο υπάρχει τριβή με συντελεστή $\mu=0,5$. Να βρείτε :

(α) Την ταχύτητά του στο σημείο Γ.

(β) Το διάστημα που θα διανύσει στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει.

(γ) Το χρόνο που κινήθηκε στο οριζόντιο επίπεδο.

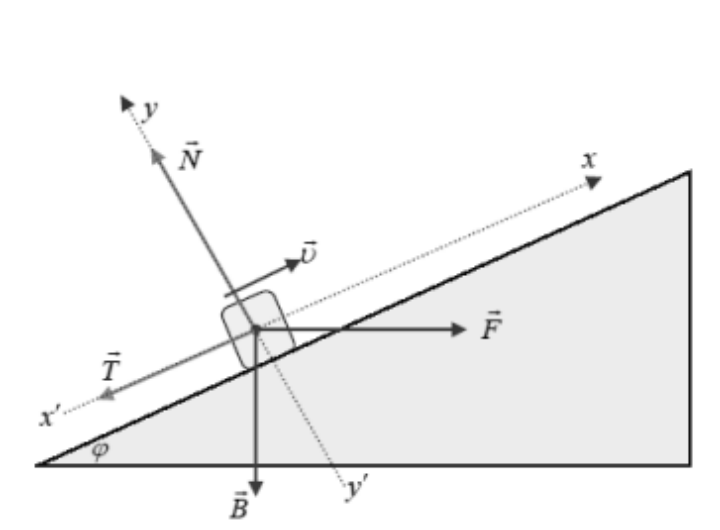
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.13-

Ένα σώμα μάζας $M = 10Kg$ κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα $v = 1m/s$, πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ και παρουσιάζει με αυτό συντελεστή τριβής $\mu=0,5$. Ένας άνθρωπος ασκεί στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη και το σώμα ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2m/s^2$.

Αν το σώμα κινείται για χρόνο $\Delta t = 4s$, να βρείτε :

- α) Το συνολικό έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
 β) Τη μεταβολή στην δυναμική βαρυτική ενέργεια του σώματος.
 γ) Τη χημική ενέργεια που δαπάνησε ο άνθρωπος ασκώντας στο σώμα τη δύναμη.
 δ) Τη θερμική ενέργεια που αναπτύχθηκε λόγω τριβής.
 ε) Τις ενεργειακές μετατροπές που πραγματοποιούνται.
 Δίδονται: $g = 10\text{m/s}^2$, $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.14-

Σχήμα 5.10:

Σώμα μάζας $m = 4\text{Kg}$, ηρεμεί στη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης θ με $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Το σώμα αρχίζει να δέχεται οριζόντια δύναμη F και ξεκινά να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$. Η δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F = 100 - 20x \text{ (S.I.)}$$

όπου x , η μετατόπιση του σώματος.

Αν $g = 10\text{m/s}^2$, να υπολογίσετε:

- α) Τη μετατόπιση x όταν το σώμα έχει μέγιστο ρυθμό μεταβολής θέσης.
 β) Τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
 γ) Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει το σώμα.
 δ) Το μέγιστο ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας.
 ε) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά $x = 0,5\text{m}$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.15-

Σώμα μάζας $m = 2Kg$ ηρεμεί σε οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ξεκινά να ασκείται δύναμη κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω μέτρου:

$$F = 40 - 2x \text{ (S.I.)}$$

η οποία καταργείται τη στιγμή που μηδενίζεται το μέτρο της.

Αν $g = 10m/s^2$ να υπολογίσετε:

- α) Το συνολικό έργο της δύναμης F .
- β) Σε πόσο ύψος αποκτά το σώμα μέγιστο ρυθμό μεταβολής της θέσης.
- γ) Τη μέγιστη ταχύτητα κατά την άνοδο του σώματος.
- δ) Το μέγιστο ύψος που ανεβαίνει το σώμα.
- ε) Την ταχύτητα τη στιγμή που πάει να κτυπήσει στο έδαφος.
- στ) Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη στιγμή που πάει να κτυπήσει στο έδαφος.

ΑΣΚΗΣΗ -5.16-

Σώμα μάζας $m = 1kg$ εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ και κατά μήκος του επιπέδου, με αρχική ταχύτητα $v_0 = 40m/s$. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu=0,5$ να βρείτε:

- α) Το ρυθμό μεταβολής της θέσης του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- β) Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος καθώς αυτό ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο.
- γ) Πόσο χρόνο κινείται το σώμα μέχρι να σταματήσει.
- δ) Το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει.
- ε) Τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής ώστε το σώμα να μην επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται $g = 10m/s^2$, $\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$.

ΑΣΚΗΣΗ -5.17-

Σώμα μάζας $m = 10Kg$, που αρχικά ηρεμεί στη θέση Α αρχίζει να δέχεται δύναμη $F = 50 + 10x \text{ (S.I.)}$, που σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση και προς τα πάνω για την οποία ισχύουν $\eta\mu\theta=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta=0,8$. Το σώμα έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$ με το οριζόντιο δάπεδο. Σε απόσταση $x = 5m$ (θέση Β), το σώμα συναντά κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Τη στιγμή αυτή η δύναμη F καταργείται και το σώμα ξεκινά να ανεβαίνει κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου. Αν $g = 10m/s^2$:

- α) Να δείξετε ότι το σώμα δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο μέχρι να φτάσει στη θέση Β.

β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα στη θέση Β.

γ) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος που το σώμα θα ανέβει στο κεκλιμένο επίπεδο και τη μέγιστη μετατόπιση Δx , πάνω στο κεκλιμένο.

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος ελάχιστα πριν καταργηθεί η δύναμη F στη θέση Β.

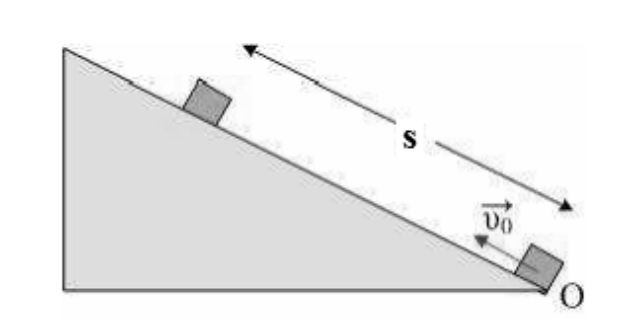
ΑΣΚΗΣΗ -5.18-

Δυο σώματα με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 3kg$ αντίστοιχα ηρεμούν πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένα στις άκρες ενός τεντομένου νήματος χωρίς μάζα με μήκος $L = 4m$.

Α) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ στη μάζα m_1 ασκείται οριζόντια δύναμη $F = 8N$. Αν τη χρονική στιγμή $t = 3s$, το σχοινί σπάσει ενώ η δύναμη συνεχίζει να ασκείται στη μάζα m_1 να βρείτε την απόσταση μεταξύ των μαζών τη χρονική στιγμή $t = 5s$.

Β) Αν η κοινή επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δυο σώματα είναι $a = g/4$, να υπολογιστεί τη δύναμη F και την τάση του νήματος.

ΑΣΚΗΣΗ -5.19-



Σχήμα 5.11:

Σώμα μάζας $m = 2Kg$ εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $v_o = 10m/s$ από τη βάση κεκλιμένου επιπέδου. Το σώμα σταματάει αφού διανύσει διάστημα $S = 8m$ κι επιστρέφει στο σημείο Ο με ταχύτητα $v = 6m/s$.

Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Α) Να βρείτε το μέτρο της τριβής ολίσθησης και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτάει το σώμα.

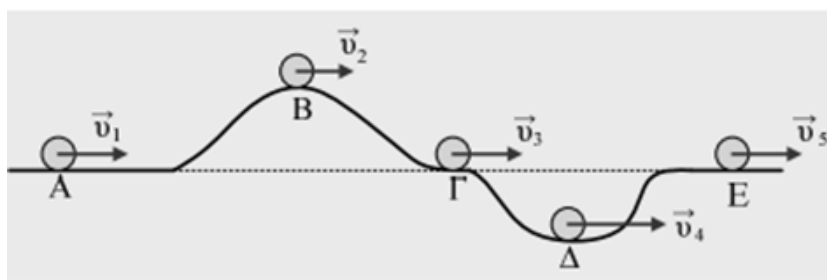
Β) Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης αν δίνεται ότι $\eta\mu\phi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\phi=0,8$.

Γ) Να υπολογίσετε το χρόνο που χρειάστηκε το σώμα να επανέλθει στο σημείο Ο από τη στιγμή της εκτόξευσής του.

Δ1) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας στο μέσον της διαδρομής από το Ο προς τα πάνω. Είναι ίδιος με το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας στο ίδιο σημείο κατά την κάθοδο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Δ2) Αν το κεκλιμένο επίπεδο ήταν λείο, να απαντήσετε στα αντίστοιχα ερωτήματα.

ΑΣΚΗΣΗ -5.20-



Σχήμα 5.12:

Μια σφαίρα μάζας $m = 2\text{Kg}$ ξεκινάει από τη θέση Α και κινείται περνώντας διαδοχικά από τις θέσεις του σχήματος, όπου η υψομετρική διαφορά μεταξύ των θέσεων Β και Γ είναι $3,2m$ αντίστοιχα. Τα σημεία Α, Γ και Ε βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Να συμπληρώσετε το παρακάτω πίνακα με την ταχύτητα, τη δυναμική ενέργεια, την κινητική ενέργεια και τη μηχανική ενέργεια. Δεν υπάρχουν τριβές.

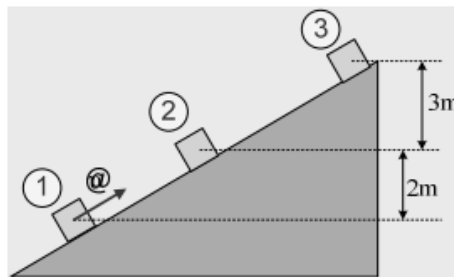
Θέση	$v(\text{m/s})$	$U \text{ (J)}$	$K \text{ (J)}$	$E \text{ (J)}$
Α		0		100
Β				
Γ				
Δ				
Ε				

Πίνακας 5.1:

ΑΣΚΗΣΗ -5.21-

Σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$ ανεβαίνει κατά μήκος του λείου κεκλιμένου επιπέδου του σχήματος. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με την κινητική ενέργεια K , τη δυναμική ενέργεια U , τη μηχανική ενέργεια $E_{\text{ΜΗΧ}}$ καθώς και για το έργο του βάρους W .

Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

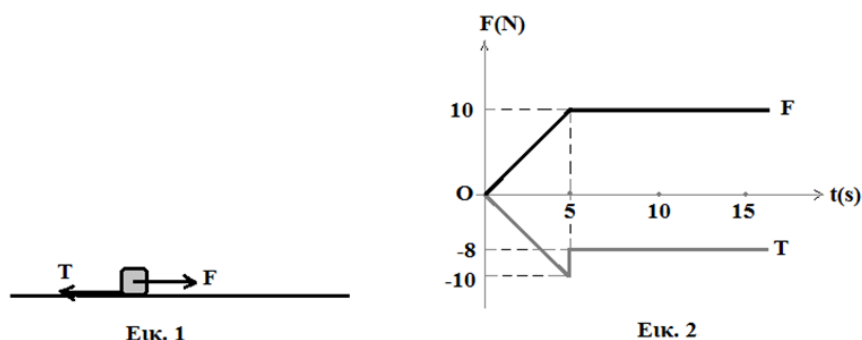


Θέση	U (J)	K (J)	W (J)	$E_{\text{ΜΗΧ}}$ (J)
(1)		110		
(2)	60		$W_{1 \rightarrow 2} =$	
(3)			$W_{2 \rightarrow 3} =$	

Σχήμα 5.13:

ΑΣΚΗΣΗ -5.22-

Σώμα μάζας $m = 2\text{Kg}$, που βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται μια οριζόντια δύναμη F και την τριβή T (Εικ. 1). Από $0 - 5\text{s}$, το σώμα παραμένει ακίνητο, ενώ τη χρονική στιγμή $t = 5\text{s}$, το σώμα αρχίζει την κίνησή του. Στην Εικ. 2, βλέπουμε πως μεταβάλλεται η δύναμη F και η τριβή T , σε συνάρτηση με το χρόνο (θεωρούμε ως θετική φορά για τις δυνάμεις τη φορά προς τα δεξιά).



Σχήμα 5.14:

Να υπολογίσετε :

1. Το συντελεστή μέγιστης στατικής τριβής και το συντελεστή τριβής ολίσθησης.
2. Την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 10s$.
3. Την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 15s$ και τη μετατόπισή του στο χρονικό διάστημα από $5 - 15s$.
4. Τη θερμότητα Q , που παράγεται στο χρονικό διάστημα από $5 - 15s$ και την ισχύ της δύναμης F , τη χρονική στιγμή $t = 10s$.

Δίνεται: $g = 10m/s^2$

ΑΣΚΗΣΗ -5.23-

Ένα σώμα αφήνεται να εκτελέσει ελεύθερη πτώση από ύψος H από το έδαφος. Αν σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρήσουμε το έδαφος. Σε κάποιο σημείο κατά τη πτώση η κινητική ενέργεια K είναι τριπλάσια της δυναμικής του ενέργειας U_B ($K = 3U_B$).

A. Σε ποιο ύψος συμβαίνει αυτό;

- α. $H/2$ β. $2H/3$ γ. $H/4$ δ. $H/3$

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.